Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

УТВЕЖДАЮ
Первый проректор –
проректор по учебной работе
МГТУ им. Н.Э. Баумана

__________________ Б.В. Падалкин

«_____» ____________ 2015 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ В МАГИСТРАТУРУ

по направлению подготовки

01.04.04 Прикладная математика

Факультет

Информатика и системы управления (ИУ)
Фундаментальные науки (ФН)

Кафедры

Высокопроизводительные компьютерные технологии (ИУ9);
Высшая математика (ФН1);
Прикладная математика (ФН2);
Математическое моделирование (ФН12)

Москва, 2015 г.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

К вступительным испытаниям в магистратуру допускаются лица, имеющие документ государственного образца о высшем образовании любого уровня (диплом бакалавра или специалиста).

Лица, предъявившие диплом магистра, могут быть зачислены только на договорной основе.

Прием осуществляется на конкурсной основе по результатам вступительных испытаний.

Программа вступительных испытаний в магистратуру по направлению подготовки **01.04.04 Прикладная математика** составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования подготовки бакалавра по направлению **01.03.04 Прикладная математика** и охватывает базовые дисциплины подготовки бакалавров по названному направлению.

Программа содержит описание формы вступительных испытаний, перечень вопросов для вступительных испытаний и список литературы, рекомендуемой для подготовки.

2. ЦЕЛЬ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания призваны определить степень готовности поступающего к освоению основной образовательной программы магистратуры по направлению **01.04.04 Прикладная математика**

3. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания проводятся в письменной форме в соответствии с установленным приемной комиссией МГТУ расписанием.

Поступающему предлагается ответить письменно на 10 вопросов и задач билета, расположенных в порядке возрастания трудности и охватывающих содержание разделов и тем программы соответствующих вступительных испытаний.

На ответы по вопросам и задачам билета отводится **210 минут.**

Результаты испытаний оцениваются по **стобалльной** шкале.

Результаты испытаний оглашаются не позднее чем через три рабочих дня.

4. ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Письменное испытание проводится по программе, базирующейся на основной образовательной программе бакалавриата по направлению **01.04.04 Прикладная математика**

Перечень разделов и тем, включенных в письмепное испытание

ДИСЦИПЛИНА. Дифференциальные уравнения

Введение

Основные понятия математического анализа: пределы и их вычисление; дифференцируемые функции и их свойства; многочлен Тейлорв и теорема Тейлора; исследование функций и построение их графиков.

Основные понятия линейной алгебры: линейное пространство; базис; линейный оператор и его матрица; преобразование матрицы линейного оператора и приведение к диагональному виду. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.

Основные свойства интеграла. Неопределенный и определенный интегралы. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их вычисление.

Основные свойства числовых рядов: частичные суммы, сходимость, признаки сходимости. Степенные ряды, область их сходимости. Приемы разложения функций в степенной ряд.

Обыкновенные дифференциальные уравнеиия

1. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнение с разделяющимися переменными. Линейное уравнение и уравнение Бернулли. Однородное уравнение.
2. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения n-го порядка. Задача Коши и теорема о существовании и единственности решения. Методы понижения порядка.
4. Нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши и теорема о существовании и единственности решения. Первые интегралы нормальной системы дифференциальных уравнений и методы их нахождения.
5. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Структура общего решения. Методы построения частного решения (метод вариации и метод подбора частного решения при правой части специального вида).
6. Системы линейных дифференциальных уравнений. Понятие фундаментальной системы решений. Определитель Вронского и его свойства. Формула Остроградского — Лиувилля. Структура общего решения такой системы.
7. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение системы. Общее решение такой системы.
8. Устойчивость по Ляпунову решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Классификация точек покоя двумерных однородных линейных систем.
9. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений методами операционного исчисления. Преобразование Лапласа, его свойства.
10. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. Понятие устойчивого метода. Явный и неявный методы Эйлера, их устойчивость.
11. Многошаговые разностные методы для решения задачи Коши системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
12. Методы Рунге — Кутты решения задачи Коши, доказательство их сходимости.
13. Жесткие системы ОДУ, численные методы их решения.
14. Краевые задачи для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Аналитические и численные методы решения краевых задач.

Диффереициальные уравнения математической физики

15. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Квадратичная форма дифференциального уравнения. Приведение к каноническому виду и классификация линейных дифференциальных уравнений.
16. Метод разделения переменных в задачах математической физики. Задачи на собственные функции. Задача Штурма — Лиувилля. Методы решения задач на собственные функции.
17. Дифференциальные уравнения гиперболического типа. Задачи математической физики для таких уравнений. Начальные и краевые условия. Вывод уравнения колебаний струны.
18. Одномерное уравнение колебаний, его общее решение. Вывод формулы Даламбера.
19. Дифференциальные уравнения параболического типа. Краевые задачи для уравнения теплопроводности. Вывод уравнения теплопроводности. Решение методом разложения в интеграл Фурье. Одностороннее преобразование Фурье, температурные волны.
20. Дифференциальные уравнения эллиптического типа. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Интегральная формула Грина. Вывод бигармонического уравнения для плоской задачи теории упругости.
21. Краевые задачи для уравнения Лапласа, метод функции Грина, метод разделения переменных.

22. Гармонические функции. Доказательство теоремы о среднем и принципа максимума для гармонических функций. Единственность решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

23. Решение задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона в круге и кольце. Цилиндрические функции и их свойства.

24. Решение задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона в цилиндрических областях. Исследование напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра.

25. Решение задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона в сферических областях. Сферически симметричные решения уравнения теплопроводности. Полиномы Лежандра и присоединенные функции Лежандра, их свойства.

Метод конечных разностей

26. Метод конечных разностей решения краевых задач математической физики. Понятие разностной схемы. Сходимость, устойчивость разностной схемы. Погрешность аппроксимации разностной схемы.

27. Разностные схемы, методы их построения. Методы реализации граничных условий. Анализ погрешности аппроксимации разностных схем, их устойчивость и сходимость.

28. Аналитическое и численное решение краевых эллиптических задач в прямоугольной области. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей.

29. Численные и аналитические методы решения начально-краевой задачи теплопроводности.

30. Разностные схемы для краевых задач параболических уравнений, методы их построения. Их погрешность аппроксимации. Анализ устойчивости и сходимости.

31. Понятие монотонной разностной схемы, свойства таких схем. Примеры.

32. Разностные схемы для краевых задач параболических уравнений, методы их построения. Их погрешность аппроксимации. Анализ устойчивости и сходимости.

Основная учебная литература

1. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 4-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 352 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. VIII)ю

2. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: Учебник. Изд. 2-е, испр. – М.: КомКнига, 2007. – 240 с.

3. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 176 с.

4. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 368 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XII).

5. Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Приближенные методы математической физики: Учеб. для вузов. – 2-е изд., стереотип. / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 704 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XIII).

Дополнительная учебная литература

6. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. – М.: Физматлит, 2004. – 400 с.

7. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для ун-тов. – 4-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2004. – 686 с.

8. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 592 с.

9. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971. – 552 с.

Пример билета письменных вступительных испытаний

1. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\operatorname{tg} x^2+\sin 3x}$ (4 балла)
2. .Исследуйте функцию $y=2x+6-3\sqrt[3]{(x+3)^2}$ и постройте ее график (8 баллов).
3. Найдите собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного своей матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (8 баллов).
4. Решите уравнение: $y''+y=\cos x$ (8 баллов).
5. Вычислите интеграл $\iiint\limits_V (x+1)\,dxdydz$, где V — тело, ограниченное поверхностями $2x+3y+z=14$; $x=0$; $y=1$; $z=0$ (8 баллов).
6. Для функции $f(x)=\frac{1}{1-x}$ запишите стандартное разложение в степенной ряд по степеням x, укажите область сходимости этого ряда (4 балла).
7. Дифференциальные уравнения параболического типа (12 баллов).
8. Вывод уравнения теплопроводности (16 баллов).
9. Краевые задачи для уравнения теплопроводности (16 баллов).
10. Численные и аналитические методы решения начально-краевой задачи теплопроводности (16 баллов).

Авторы программы:

Власова Е.А. к.ф.-м.н., доцент ____________

Канатников А.Н., д.ф.-м.н., доцент ____________

Декан факультета ФН ____________ В.О. Гладышев

Заведующий кафедрой ФН2 ____________ Г.Н. Кувыркин

Начальник отдела магистратуры ____________ Б.П. Назаренко