

10 класс

10.1 Решите уравнение

$$x^3 = 3y^3 + 9z^3$$

в целых неотрицательных числах x, y, z .

10.2 Найдите все целые значения x и y , при которых, по меньшей мере, одно из чисел $x^2 - 2xy + 2y^2$ и $x^2 + 2xy + 2y^2$ делится на 5.

10.3 Докажите, что при всех $x, 0 < x < \frac{\pi}{3}$, справедливо неравенство $\sin 2x + \cos x > 1$.

10.4 Абитуриенты сдавали экзамены в течение трех дней в одних и тех же аудиториях. Число экзаменовавшихся в каждый день абитуриентов в каждой аудитории было равным числу аудиторий. Если бы экзамены проводились в другом корпусе, то их можно было бы провести за 2 дня, используя каждый день одни и те же аудитории, причем каждый день в каждой аудитории абитуриентов удалось бы рассадить по рядам так, что число рядов, а также число людей в ряду, было бы равным числу используемых аудиторий. Найдите минимальное возможное число абитуриентов, которое могло бы быть проэкзаменованным при этих условиях.

10.5 Угол при основании равнобедренного треугольника равен $\frac{\pi}{6}$.

Построен круг радиуса $\frac{2}{\sqrt{3}}$ с центром в вершине этого треугольника, противолежащий основанию. Определите отношение площади общей части треугольника и круга к площади треугольника, если длина медианы, проведенной к боковой стороне, равна $\sqrt{7}$.