

Задание 14. Стереометрическая задача

- A.** [Москва] В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка K — делит сторону SC в отношении $1:2$ считая от вершины S , точка N — делит сторону SB в отношении $1:2$ считая от вершины S . Через точки N и K параллельно SA проведена плоскость α .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α параллельно прямой BC .	$\frac{2}{3}\sqrt{23}$	
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости, если известно, что $SA = 9, AB = 6$.		

- B.** [Дальний Восток] В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка P — делит сторону AB в отношении $2:3$ считая от вершины A , точка K — делит сторону BC в отношении $2:3$ считая от вершины C . Через точки P и K параллельно SB проведена плоскость α .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является прямоугольником.	$\frac{9}{25}\sqrt{39}$	
б) Найдите расстояние от точки S до плоскости α если известно, что $SC = 5, AC = 6$.		

- C.** [Санкт-Петербург] В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 9, а боковое ребро $SA = 6$. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 2 : 7$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2 : 7$, считая от вершины S .	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
б) Найдите расстояние между прямыми SA и KM .		

- D.** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро $SA = 3$. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 3 : 1$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA .

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α является прямоугольником.	$\frac{3}{8}\sqrt{11}$	
б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка A , а основание — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .		

- Е.** [Московская область] В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 5, а боковое ребро SA равно 3. На рёбрах AB и SC отмечены точка K и M соответственно, причем $AK:KB = SM:MC = 1:4$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AC в отношении 1: 4, считая от вершины A .	$\frac{\sqrt{2}}{6}$	 
б) Найдите расстояние между прямыми SA и KM .		

- Ф.** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро SA равно 4. На рёбрах AB и SC отмечены точка K и M соответственно, причем $AK:KB = SM:MC = 1:2$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .	$\arccos \frac{23}{4\sqrt{55}}$	 
б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .		

- Г.** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 8, а боковое ребро SA равно 10. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причем $DN:NC = SK:KC = 1:7$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении 1: 7, считая от вершины S .	$\frac{\sqrt{357}}{21}$	
б) Найдите расстояние между прямыми SA и KN .		

- Н.** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 7, а боковое ребро SA равно 14. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причем $DN:NC = SK:KC = 2:5$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой AS .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой BC .	$\frac{\sqrt{210}}{3}$	  
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости α .		

- I. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах AB и SC отмечены точка K и M соответственно, причем $AK:KB = SM:MC = 5:1$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой BC .	$\frac{\sqrt{111}}{14}$	
б) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .		

- J. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро SA равно 6. Точка K делит ребро SC , причем $SK:KC = 1:2$. Плоскость α проходит через точку K и параллельна плоскости SAD .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью α является равнобедренной трапецией.	$\frac{2}{3}\sqrt{14}$	 
б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка S , а основание — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .		