



ВТОРАЯ ЧАСТЬ

Задание 13

$$2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) + 1 = 0, \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$$

Задание 14

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро SA равно 4. На ребрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причем $AK : KB = SM : MC = 1 : 2$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой BC .
- а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .
- б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

Ответ: $\arccos \frac{23}{4\sqrt{55}}$

2. (ДВ) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро SA равно 3. На ребрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причем $AK : KB = SM : MC = 3 : 1$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA .
- а) Докажите, что сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α является прямоугольником.
- б) Найдите объем пирамиды, вершиной которой является точка A , а основанием – сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α .

Ответ: $3 \frac{\sqrt{11}}{8}$

Задание 15

$$\log_6(108 - 36x) > \log_6(x^2 - 11x + 24) + \log_6(x + 4)$$

Задание 16

1. (ДВ) Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .
 - а) Докажите, что $OP = CP$.
 - б) Найдите радиус описанной около треугольника ABC окружности, если расстояние от точки P до прямой AC равно 24, $\angle ABC = 120^\circ$.
2. В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH , которая повторно пересекает окружность, описанную около треугольника ABC , в точке K . BK – диаметр окружности.
 - а) Докажите, что $CK = AN$.
 - б) Найдите длину отрезка KN , если известно, что радиус данной окружности равен 12, угол A треугольника ABC равен 35° , а угол C этого треугольника равен 65° .

Задание 17

15-го января планируется взять кредит на банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей? (Считайте, что округления при вычислении платежей не производятся.)

Задание 18

1. $\frac{x^2 + 2x + a}{4x^2 - 3ax - a^2} = 0$ имеет два решения

Ответ: $a > 1, a \neq -8; -3; 0$

2. $\frac{x^2 + 2x - a}{x^2 - 2x + a^2 - 8a} = 0$ имеет два решения

Ответ: $a > -1, a \neq 0; 3; 8$

3. $\frac{|4x| - 2x - a - 3}{x^2 - 2x - a} = 0$ имеет два решения

Ответ: $a > -3, a \neq -1; 3; 15$

4. (ДВ) $\frac{x^2 - 6x + a^2 - 4a}{x^2 - a^2} = 0$ имеет два решения

Ответ: $-\sqrt{13} + 2 < a < \sqrt{13} + 2, a \neq -1; 0; 5$

Задание 19

1. Последовательность (a_n) состоит из 300 натуральных чисел. Каждый следующий член последовательности, начиная со второго, либо вдвое меньше предыдущего, либо больше него на 70.
- а) Может ли такая последовательность быть образована ровно шестью различными числами?
 - б) Чему может быть равно a_{300} , если $a_1 = 69$?
 - в) Какое наименьшее значение может принимать самое большое из чисел в такой последовательности?
2. На стол можно положить 40 карточек красного и синего цвета, на каждой из которых написано некоторое натуральное число. Причем любое число на синей карточке всегда меньше любого числа на красной карточке. Среднее арифметическое всех чисел на столе равно 13. Если умножить сумму всех красных чисел на 3, то

среднее арифметическое всех чисел на столе будет равно 39.

- а) Возможно ли положить на стол 10 красных и 30 синих карточек?
- б) Возможно ли положить на стол 30 красных и 10 синих карточек?
- в) Какое наименьшее количество синих карточек может быть на столе?

3. В ящике 95 фруктов, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два фрукта различной массы. В среднем масса всех фруктов равна 100 грамм. В среднем масса фруктов, масса каждого из которых меньше 100, равна 73 грамма. Средняя масса фруктов, масса каждого из которых больше 100 грамм, равна 115 грамм.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну фруктов массой меньше 100 грамм и фруктов массой больше 100 грамм?
- б) Могло ли в ящике оказаться меньше 10 фруктов, масса каждого из которых равна 100 грамм?
- в) Какую наибольшую массу может иметь фрукт в этом ящике?