

$c_4=6$	x_4	$7/4$	$5/8$	0	$3/8$	1	$1/8$
$c_2=4$	x_2	$9/4$	$+5/8$	1	$1/8$	0	$3/8$
	Δ	$78/4$	$19/4$	0	$7/4$	0	$9/4$

$$A_x^{-1} = \begin{bmatrix} 3/8 & 1/8 \\ 1/8 & 3/8 \end{bmatrix}.$$

Тогда

$$Y^{\text{опт}} = (6, 4) \cdot \begin{bmatrix} 3/8 & 1/8 \\ 1/8 & 3/8 \end{bmatrix} = (11/4, 9/4),$$

$$\tilde{F}_{\min} = 3 \cdot \frac{11}{4} + 5 \cdot \frac{9}{4} = \frac{78}{4}.$$

Существует и другая, вытекающая из выражения (1.6.7), закономерность, позволяющая определить оптимальные значения двойственных переменных по табл. 1.25.

Оптимальное значение i -й двойственной переменной равно сумме оптимальной оценки вектора, входящего в первоначальный базис, и взятого из целевой функции (1.6.8) коэффициента при переменной с тем же индексом, что и у вектора:

$$y_1^{\text{опт}} = \Delta_3^{\text{опт}} + c_3 = \frac{7}{4} + 1 = \frac{11}{4},$$

$$y_2^{\text{опт}} = \Delta_5^{\text{опт}} + c_5 = \frac{9}{4} + 0 = \frac{9}{4}.$$

Решить одну из пары задач и по этому решению отыскать решение второй задачи.

1.48. $F = x_1 + x_2 \rightarrow \max;$
 $-3x_1 + 2x_2 \leq 1,$
 $x_1 + 2x_2 \leq 14,$
 $2x_1 + x_2 \leq 13,$
 $3x_1 - x_2 \leq 12;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

2 ✓ 1.49. $F = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min;$
 $3x_1 + 5x_2 \geq 15,$
 $5x_1 + 3x_2 \geq 15,$
 $x_1 \geq 1,$
 $x_2 \geq 1;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

3 ✓ 1.50. $F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$
 $x_1 + 4x_2 \geq 4,$
 $4x_1 + x_2 \geq 4;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

4 ✓ 1.51. $F = 6x_1 - 5x_2 \rightarrow \max;$
 $2x_1 + 5x_2 \leq 10,$
 $5x_1 + 2x_2 \leq 10;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

5 ✓ 1.52. $F = 8x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$
 $x_1 - 4x_2 \leq 4,$
 $-4x_1 + x_2 \leq 4,$
 $x_1 + x_2 \leq 6;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

6 ✓ 1.53. $\max F = x_1 + 2x_2;$
 $5x_1 - 2x_2 \leq 3,$
 $x_1 + x_2 \geq 1,$
 $-3x_1 + x_2 \leq 3,$
 $3x_1 + 3x_2 \leq 9;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

1.54. $\max F = 14x_1 + 10x_2 + 14x_3 + 14x_4;$
 $4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 35,$
 $x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 30,$
 $3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 40;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4.$

7 ✓ 1.55. $\min F = 2x_1 + 3x_2;$
 $x_1 + 5x_2 \geq 10,$
 $3x_1 + 2x_2 \geq 12,$
 $2x_1 + 4x_2 \geq 10,$
 $x_1 \geq 1;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

✓ 8 1.56. $\max F = 5x_1 + 4x_2 + 6x_3;$
 $x_1 + x_2 + x_3 \leq 6,$
 $2x_1 + x_2 + x_3 \geq 9,$
 $3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 11;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$

9 1.57. $\min F = -7x_1 + 2x_2;$
 $x_1 + x_2 \geq 1,$
 $5x_1 + x_2 \geq 3,$
 $-3x_1 + x_2 \leq 3,$
 $2x_1 + x_2 \leq 4;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

10 1.58. $\min F = 6x_1 + 4x_2;$
 $2x_1 + x_2 \geq 3,$
 $x_1 - 2x_2 \leq 2,$
 $3x_1 + x_2 \geq 0,$
 $x_1 + 2x_2 \geq 1;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

11 1.59. $\min F = -x_1 - 2x_2;$
 $5x_1 - 2x_2 \leq 4,$
 $-x_1 + 2x_2 \leq 4,$
 $x_1 + x_2 \geq 4;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

12 1.60. $\max F = 3x_1 + 3x_2;$
 $x_1 + x_2 \leq 4,$
 $3x_1 + x_2 \geq 4,$
 $x_1 + 5x_2 \geq 4;$
 $0 \leq x_1 \leq 3,$
 $0 \leq x_2 \leq 3.$

1.61. $\min F = -2x_1 - x_2;$
 $-x_1 + 2x_2 \leq 14,$
 $5x_1 + 2x_2 \geq 10,$
 $4x_1 - 3x_2 \leq 12;$
 $7x_1 + 4x_2 \leq 28,$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

13 1.62. $\max F = 7x_1 - 2x_2;$
 $x_1 + x_2 \leq 5,$
 $2x_1 - 3x_2 \leq 6,$
 $3x_1 + x_2 \geq 3,$
 $x_1 + x_2 \geq 2,$
 $x_1 - x_2 \geq -3;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

1.63. $\max F = 3x_1 + x_2 + 2x_3;$
 $2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2,$
 $3x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 6,$
 $3x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 10,$
 $x_1 - x_2 \leq 2;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$

14 1.64. $\min F = 6x_1 - x_2;$
 $x_1 + x_2 \geq 3,$
 $4x_1 - x_2 \geq -4,$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 24;$
 $0 \leq x_2 \leq 6,$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

15 1.65. $\max F = -3x_1 - 2x_2;$
 $x_1 - 2x_2 \leq -3;$
 $2x_1 + x_2 \leq 10,$
 $3x_1 - x_2 \geq -5,$
 $-x_1 + x_2 \geq 3;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

1.66. $\max F = 2x_1 + x_2 - 3x_3;$
 $x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 4,$
 $-5x_1 + x_3 \geq -12,$
 $-2x_1 + x_2 - 3x_3 \geq -4;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$

16 1.67. $\max F = x_1 - 2x_2;$
 $5x_1 + x_2 \geq 1,$
 $-3x_1 + x_2 \leq 3,$
 $3x_1 + 3x_2 \leq 2;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2.$

9 Определить, является ли предлагаемая пара векторов оптимальным решением прямой и двойственной к ней задач.

9а 1.68. $X = \left\{ \frac{6}{5}, 0 \right\}, Y = \{0, 0, 0, 1\};$
 $\tilde{F}_{\min} = 3y_1 + 4y_2 + 5y_3 + 6y_4;$
 $2y_1 + y_2 - y_3 + 5y_4 \geq 5,$
 $3y_1 + 3y_2 + y_3 + 4y_4 \geq 4;$
 $y_i \geq 0.$

9а 1.69. $X = \left\{ \frac{21}{5}, \frac{4}{5} \right\}, Y = \left\{ \frac{17}{5}, \frac{9}{5}, 0, 0 \right\};$
 $\tilde{F}_{\min} = 5y_1 + 6y_2 - 2y_3 + 3y_4;$
 $y_1 - 2y_2 - 3y_3 - y_4 \geq 7,$
 $y_1 - 3y_2 - y_3 + y_4 \geq -2;$
 $y_i \geq 0.$

1.70. $X = \{3, 1\}, Y = \{3, 0, 0, 0, 0\};$
 $\tilde{F}_{\min} = 4y_1 - 4y_2 - 4y_3 + 3y_4 + 3y_5;$
 $y_1 - 3y_2 - y_3 + y_4 \geq 3,$
 $y_1 - y_2 - 5y_3 + y_5 \geq 3;$
 $y_i \geq 0.$

18	19	8	5	
3	2	0	3	168
0	1	4	2	60
1	3	5	0	112

15	16	52	13	
2	2	2	1	250
1	0	4	3	220
7	3	0	5	240

13	24	17	25	
9	2	8	1	70
1	4	1	0	96
2	0	3	5	80

Вариант 26.

44	28	78	23	
4	1	6	3	288
7	3	1	2	240
2	4	5	1	200

Вариант 31.

50	27	34	54	
5	4	6	7	275
2	0	4	2	100
3	2	0	1	85

Приложение 2 3

Исходные данные для транспортной задачи

Вариант 1.

45	60	21	24	
50	3	6	3	1
70	6	2	1	6
40	10	3	5	7

Вариант 3.

36	32	40	53	
40	2	3	4	1
60	4	2	1	2
70	2	7	7	1

Вариант 5.

48	75	41	32	
90	4	1	3	1
75	4	1	3	2
40	5	2	3	5

Вариант 2.

30	11	45	36	
50	3	2	6	7
70	7	8	3	5
30	4	3	4	6

Вариант 4.

48	30	29	40	
40	3	6	4	3
45	2	3	1	3
70	6	5	1	4

Вариант 6.

28	44	31	20	
50	4	2	2	6
40	5	3	2	7
42	1	4	3	2

Вариант 7.

	35	41	52	32
70	2	2	3	2
80	4	1	5	2
47	6	4	6	3

Вариант 8.

	59	27	40	35
45	1	3	2	2
55	3	2	4	3
70	4	2	3	1

Вариант 9.

	34	32	4	36
60	2	4	5	3
50	3	7	4	1
48	4	6	6	2

Вариант 10.

	27	20	39	42
35	3	5	3	6
60	5	6	1	7
40	1	4	2	3

Вариант 11.

	30	55	44	42
35	2	3	6	4
55	4	1	5	7
80	5	2	3	3

Вариант 12.

	56	35	48	30
60	2	5	1	4
50	4	4	3	2
70	6	5	4	3

Вариант 13.

	31	40	41	49
45	4	5	8	6
60	3	2	5	1
65	5	6	3	2

Вариант 14.

	42	35	27	28
58	3	5	3	2
40	4	2	1	3
45	6	3	2	4

Вариант 15.

	38	42	28	41
60	3	2	4	3
50	5	3	1	4
48	4	3	6	1

Вариант 16.

	30	58	32	43
65	1	3	2	5
40	4	6	5	9
70	2	4	1	3

Вариант 17.

	37	39	48	40
70	2	1	6	5
40	5	3	7	6
60	3	2	4	2

Вариант 18.

	31	40	44	20
45	1	4	3	4
50	3	4	2	2
53	4	5	6	3

Вариант 19.

	48	59	68	75
90	3	2	6	3
80	5	1	4	1
92	5	4	5	4

Вариант 20.

	44	28	78	23
40	4	10	6	3
60	7	3	1	2
80	2	6	5	1

Вариант 21.

	36	44	25	50
55	4	3	4	5
60	8	5	3	2
48	9	8	2	5

Вариант 22.

	59	33	34	20
70	2	5	4	1
30	7	3	2	7
50	8	10	2	5

*Продолжение прил. 2***Вариант 23.**

	60	32	44	57
50	3	2	4	1
90	4	6	5	2
60	9	4	10	6

Вариант 24.

	46	48	44	42
70	4	3	7	6
90	3	1	2	4
33	1	2	4	3

Вариант 25.

	24	20	31	40
30	1	2	2	5
45	3	1	3	2
52	2	4	3	1

Вариант 26.

	34	40	38	53
80	2	7	2	3
60	1	5	4	2
30	3	4	6	1

Вариант 27.

	50	27	34	54
70	5	4	6	7
50	7	3	4	2
54	3	2	5	1

Вариант 28.

	42	28	47	9
50	5	2	9	8
90	5	4	7	6
35	6	3	8	7

Вариант 29.

	48	33	56	22
60	2	3	2	4
70	3	4	3	5
35	4	3	4	3

Вариант 30.

	44	58	62	24
90	3	4	5	1
60	4	3	1	3
50	3	5	2	2

5. Решите задачу целочисленного программирования методом отсечений и проверьте решение методом веток и границ.

$$(x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z})$$

① $x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 4x_2 \leq 17$
 $10x_1 + 3x_2 \leq 15$
 $x_1, x_2 \geq 0$

② $x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 2x_2 \leq 7$
 $4x_1 - 5x_2 \leq 9$

③ $x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$
 $5x_1 + 5x_2 \leq 11$
 $4x_1 + x_2 \leq 8$

④ $8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 5x_2 \leq 12$
 $4x_1 + x_2 \leq 10$

⑤ $x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 4x_2 \leq 7$
 $10x_1 + 3x_2 \leq 15$

⑥ $x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $5x_1 + 7x_2 \leq 21$
 $-x_1 + 3x_2 \leq 8$

⑦ $6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$
 $2x_1 + x_2 \geq 3$
 $x_1 - x_2 \geq 1$

⑧ $x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 9x_2 \leq 36$
 $x_1 + x_2 \leq 7$

⑨ $8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 5x_2 \leq 11$
 $4x_1 + x_2 \leq 10$

⑩ $x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + x_2 \leq 18$
 $x_1 + 2x_2 \leq 16$
 $x_1 \geq 0$

⑪ ~~$2x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
 $4x_1 + x_2 \geq 10$~~

⑫ $2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 + 4x_2 \leq 14$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 12$

⑬ $x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $20x_1 + 10x_2 \leq 75$
 $12x_1 + 7x_2 \leq 55$

⑭ $5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$
 $3x_1 + 5x_2 \leq 15$
 $5x_1 + 2x_2 \leq 10$

⑮ $2x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 11$
 $4x_1 + x_2 \leq 10$

⑯ ~~$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 + 4x_2 \leq 14$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$~~

⑰ ~~$x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $5x_1 + 7x_2 \leq 21$
 $-x_1 + 3x_2 \leq 8$~~

⑱ $5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 7$
 $4x_1 + 3x_2 \leq 10$

⑲ $x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$
 $14x_1 + 9x_2 \leq 51$
 $-6x_1 + 3x_2 \leq 1$

⑳ ~~$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$
 $3x_1 + 5x_2 \leq 60$
 $3x_1$
 $4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + x_2 \leq 5$
 $2x_1 + x_2 \leq 9$~~

㉑ $x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $6x_1 + 5x_2 \leq 20$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 10$

㉒ $x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $3x_1 + 2x_2 \leq 5$
 $x_2 \leq 2$

㉓ $6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$
 $2x_1 + x_2 \geq 3$
 $x_1 - x_2 \leq 1$

㉔ $2x_1 - x_2 \rightarrow \max$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 9$
 $2x_1 + x_2 \leq 6$

5) Решите задачу линейного программирования методом отсечений и проверьте решение методом венков и графов.

$$(x_j \geq 0, x_j \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 4x_2 \leq 17 \\ & 10x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ & x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & 4x_1 - 5x_2 \leq 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \\ & 5x_1 + 5x_2 \leq 11 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 5x_2 \leq 12 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & x_1 + 7x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 7x_2 \leq 7 \\ & 10x_1 + 3x_2 \leq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad & x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ & 5x_1 + 7x_2 \leq 21 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{7} \quad & 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1 - x_2 \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{8} \quad & x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 9x_2 \leq 36 \\ & x_1 + x_2 \leq 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{9} \quad & 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 5x_2 \leq 11 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{10} \quad & x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + x_2 \leq 18 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{11} \quad & 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & 4x_1 + x_2 \geq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{12} \quad & 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ & x_1 + 4x_2 \leq 14 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{13} \quad & x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ & 20x_1 + 10x_2 \leq 75 \\ & 12x_1 + 7x_2 \leq 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{14} \quad & 5x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \\ & 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ & 5x_1 + 2x_2 \leq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{15} \quad & 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 11 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{16} \quad & 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ & x_1 + 4x_2 \leq 14 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{17} \quad & x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ & 5x_1 + 7x_2 \leq 24 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{18} \quad & 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \\ & 5x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & 4x_1 + 3x_2 \leq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{19} \quad & x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ & 14x_1 + 9x_2 \leq 51 \\ & -6x_1 + 3x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{20} \quad & 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ & 3x_1 + 5x_2 \leq 60 \\ & 3x_1 \\ & 4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{21} \quad & x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ & 6x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{22} \quad & x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_2 \leq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{23} \quad & 6x_1 + 7x_2 \rightarrow \min \\ & 2x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{24} \quad & x_1 - x_2 \rightarrow \max \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{aligned}$$