

Московский государственный технический
университет им. Н. Э. Баумана.

Контрольная работа №1
по дисциплине:
«ОПТИМАЛЬНО УПРАВЛЕНИЕ»

Выполнил:

студент 4-го курса, гр. АКЗ-71
Ягубов Роман Борисович

Проверил:

Бушуев Александр Юрьевич

г. Москва

ОГЛАВЛЕНИЕ

I. ЗАДАЧА	2
1. УСЛОВИЕ	2
2. РЕШЕНИЕ	2
3. ОТВЕТ	3

I. ЗАДАЧА

1. УСЛОВИЕ

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 + x) dt \rightarrow \text{extr}, \quad |\dot{x}| \leq 1, \quad x(0) = 0$$

2. РЕШЕНИЕ

1) Сделаем замену: $\dot{x} = u \rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} (u^2 + x) dt \rightarrow \text{extr}, \quad |u| \leq 1, \quad x(0) = 0$

2) $H = \psi u - u^2 - x$

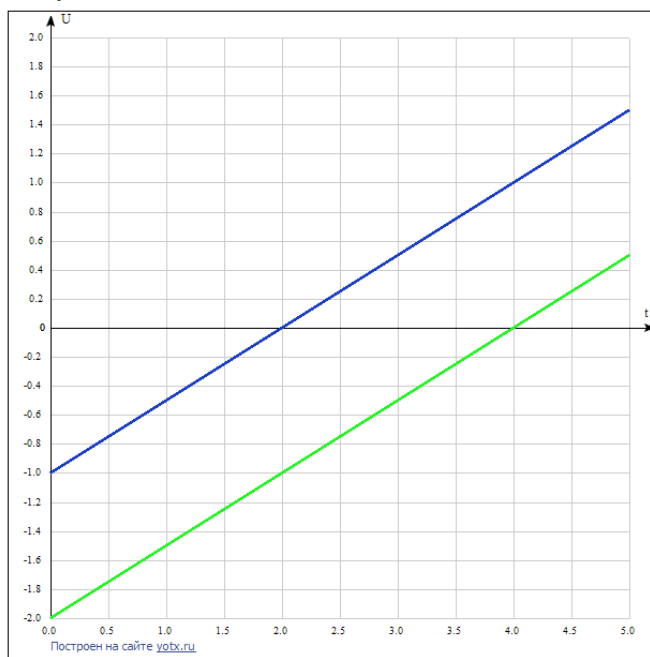
3) $-\frac{\partial H}{\partial x} = 1 = \dot{\psi} \rightarrow \psi = t + C$

4) Условие трансверсальности:

$$\{\psi(T_0) = 0 \rightarrow \psi(T_0) = T_0 + C = 0 \rightarrow C = -T_0 \rightarrow \psi = t - T_0$$

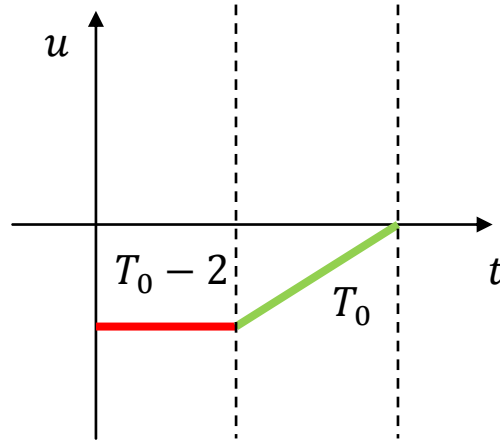
5) $-\frac{\partial H}{\partial u} = \psi - 2u = 0 \rightarrow u^* = \frac{\psi}{2} = \frac{t-T_0}{2}$

6) $|u| \leq 1 \rightarrow \left| \frac{t-T_0}{2} \right| \leq 1 \rightarrow -1 \leq \frac{t-T_0}{2} \leq 1 \rightarrow T_0 - 2 \leq t \leq 2 + T_0 \rightarrow$



$$\begin{cases} T_0 - 2 \leq t \\ T_0, t \geq 0 \end{cases} \rightarrow T_0 = 2$$

- 7) При $T_0 \leq 2 \rightarrow \dot{x} = u^* = \frac{t-T_0}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{t^2}{4} - \frac{T_0 t}{2} + C \\ x(0) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C = 0 \\ x = \frac{t^2}{4} - \frac{T_0 t}{2} \end{cases}$
- 8) При $T_0 > 2$ будет точка переключения, т.к. $|u| \leq 1$, то на первом участке будет иметь вид $u = -1$.



a) $\dot{x} = u^* = -1 \rightarrow \begin{cases} x = -t + C \\ x(0) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C = 0 \\ x = -t \end{cases}, 0 \leq t \leq T_0 - 2$

б) $\dot{x} = u^* = \frac{t-T_0}{2} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{t^2}{4} - \frac{T_0 t}{2} + C \\ x(0) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} C = 0 \\ x = \frac{t^2}{4} - \frac{T_0 t}{2} \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \frac{t^2}{4} - \frac{T_0 t}{2} + C \\ x = -t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(T_0 - 2) = \frac{(T_0 - 2)^2}{4} - T_0 + 1 \\ x(T_0 - 2) = 2 - T_0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} C = \frac{(T_0 - 2)^2}{4} \\ x = \frac{(t - T_0)^2}{4} - T_0 + 1 \end{cases}, T_0 - 2 \leq t \leq T_0$$

3. ОТВЕТ

$$\begin{cases} T_0 \leq 2, & x = \frac{t^2}{4} - \frac{T_0 t}{2} \\ T_0 > 2, & x = \begin{cases} -t, & 0 \leq t \leq T_0 - 2 \\ \frac{(t - T_0)^2}{4} - T_0 + 1, & T_0 - 2 \leq t \leq T_0 \end{cases} \end{cases}$$