

Тренировочный вариант №37.

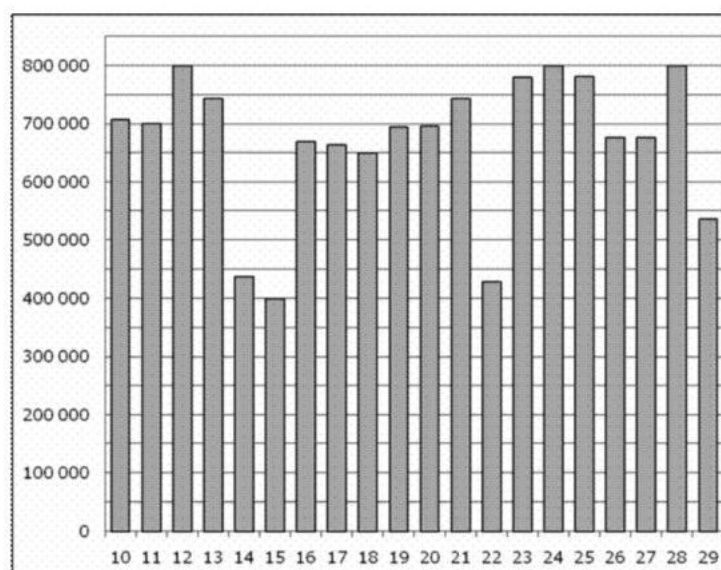
Часть 1.

1.

Из 1 л кефира получается 200 г творога. 800 граммовый пакет кефира стоит 48 рублей. Готовый творог на рынке стоит 150 руб за кг. На сколько процентов самодельный творог дороже рыночного?

2.

На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа в указанный период количество посетителей сайта РИА Новости во второй раз превысило 750 тыс человек.



3.

Найдите площадь треугольника, образованного графиками функций $y = \frac{1}{2}x$, $y = 6 - x$ и осью абсцисс.

4.

Купив лотерейный билет, можно выиграть 500 руб с вероятностью 1%, 100 руб с вероятностью 10% и 10 рублей с вероятностью 25%. Лотерейный билет стоит 25 рублей. На сколько рублей математическое ожидание выигрыша меньше стоимости одного билета?

5.

Найдите наименьший положительный корень уравнения $\cos^2 \frac{\pi(x-3)}{4} = \sin^2 \frac{\pi(x-3)}{4}$

6.

В треугольнике ABC со сторонами $AB = 5$; $BC = 3$; $AC = 4$ проведены биссектрисы AM , BN , CK . Пусть точка P — точка пересечения отрезка MN с биссектрисой CK . Найдите $NP : PM$.

7.

Найдите угол между положительным направлением оси OX и касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 1$ в точке его пересечения с осью ординат.

8.

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ площадь основания равна 18, боковое ребро равно 14. Точка P делит ребро EE_1 в отношении $5 : 2$, считая от точки E_1 . Найдите объем многогранника $BCDP$.

9.

Найдите значение выражения $\log_{5-x}(x-5)^4 + \sqrt{x^2 - 10x + 25} + x$

10.

Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\phi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки ϕ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

11.

Чтобы сдать курсовую работу вовремя, студент Иван Петров решил каждый день увеличивать количество написанных страниц работы на одно и то же число. Известно, что за пятый и девятый день он написал в сумме 18 страниц. Сколько страниц в курсовой работе, если Иван Петров написал её за 13 дней.

12.

Найдите наименьшее значение параметра a , при котором длина промежутка убывания функции $y = \frac{x^3}{3} + \frac{(a+3)x^2}{2} + (6a-18)x + 7$ равна 7.

Часть 2.

Задание 13.

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + 2 \cos x + 7 = 2 \sin\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) + 4 \sin^2 \frac{x}{2}$$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащий промежутку $\left[\frac{27\pi}{4}; \frac{29\pi}{4}\right]$

Задание 14.

Основание пирамиды $SABCD$ — равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 2BC$, M — середина бокового ребра SA , а высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью BMC — прямоугольник.

б) Найдите расстояние между прямыми AD и CM , если $BC = 6$, высота пирамиды равна 16, а диагонали трапеции $ABCD$ перпендикулярны.

Задание 15.

Решите неравенство

$$3^{(x+2)^2} + \frac{1}{27} \leq 3^{x^2-3} + 9^{2x+2}$$

Задание 16.

Точка Q расположена на стороне MN треугольника LMN так, что $NQ : QM = 1 : 2$. При повороте этого треугольника на некоторый угол вокруг точки Q вершина L переходит в вершину N , а вершина M — в точку P , лежащую на продолжении стороны LM за точку L .

а) Докажите, что треугольник QLM — прямоугольный.

б) Найдите углы треугольника LMN .

Задание 17.

Вклад в размере 10 млн планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10 % по сравнению с его размером в начале года, а кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей. Ответ дайте в млн рублей.

Задание 18.

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любой пары $(u; v)$ действительных чисел u и v выполнено неравенство

$$13 \sin u - 9|\sin u - v + 2a - 1| + 2|\sin u + 3v + 4a - 1| \leq 15$$

Задание 19.

а) Двузначное натуральное число назовем счастливым, если и при умножении его на 2, и при делении его на 2 снова получается двузначное число. Сколько всего таких чисел?

б) Четырёхзначное натуральное число назовем счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, число 3140 является счастливым. Может ли разность двух счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Шестизначное натуральное число назовем счастливым, если в нем сумма каких-то трех цифр равна сумме трех других. Счастливое шестизначное число назовем очень счастливым, если следующее за ним число тоже счастливое. Найдите предпоследнюю цифру наименьшего шестизначного очень счастливого числа.