

## Тренировочный вариант №28

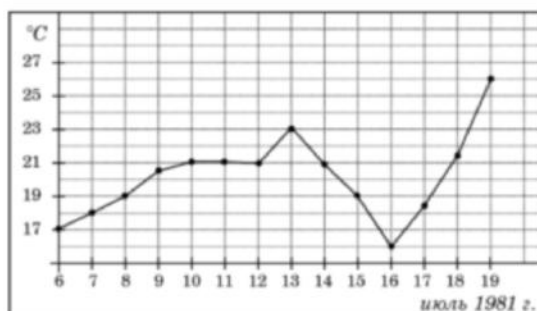
### Часть 1.

1.

Ананасы стоят 112 руб. за штуку. Какое максимальное число ананасов можно купить на 550 руб., если их цена сначала поднялась на 20%, а затем снизилась на те же 20%?

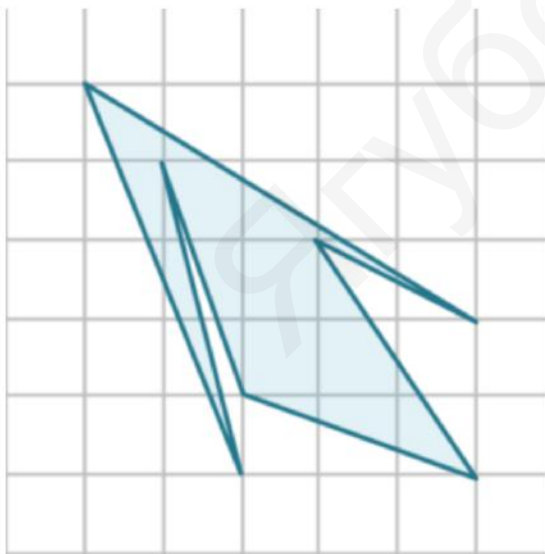
2.

На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку число дней, в которые температура не превышала 21 градус.



3.

Найдите площадь закрашенной фигуры, если размер клетки 1х1:



4.

У собак встречается опасное заболевание — пироплазмоз. При подозрении на пироплазмоз нужно взять анализ крови. Анализ оказывается положительным (показывает наличие возбудителя пироплазмоза) в 5% случаев. Но бывает (всего в 2% случаев), что диагноз оказывается положительным у здоровой собаки. Еще известно, что диагноз «пироплазмоз» в конечном итоге подтверждается всего в 4% случаев. У таксы Робин анализ на пироплазмоз оказался положительным. Найдите вероятность того, что Робин действительно болеет пироплазмозом.

**5.**

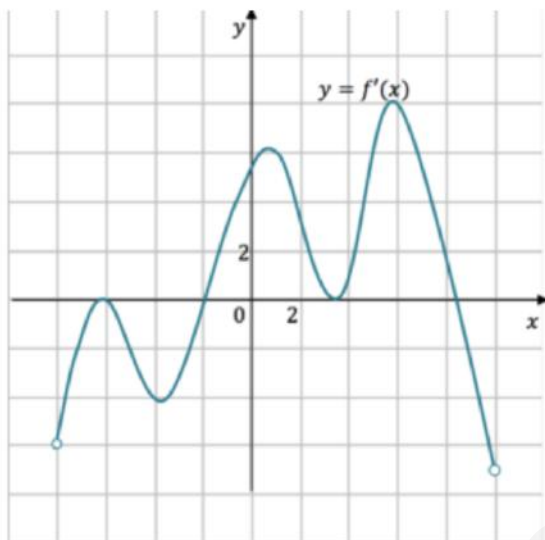
Решите уравнение  $\log_2(8 - \frac{1}{2^x}) = -x$

**6.**

В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $O$  — центр описанной окружности. Найдите угол  $AOC$ , если угол  $ABC$  равен  $72^\circ$

**7.**

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 10)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на этом интервале.



**8.**

Тупоугольный треугольник со сторонами, равными 12 и  $6\sqrt{3} - 8$  и углом  $30^\circ$  между ними вращается вокруг меньшей стороны. Найдите площадь поверхности получившейся фигуры, деленную на  $\pi$ .

**9.**

Найдите значение выражения  $5 \cdot 2^{\frac{1}{\log_5 2} + 1}$

**10.**

Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \phi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 60^\circ/\text{с}$ , фаза  $\phi = -15^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

**11.**

По шоссе в одну сторону движутся пешеход, велосипедист и мотоциклист. Когда пешеход и велосипедист оказались в одной точке, мотоциклист был на 9 км позади них. Когда мотоциклист догнал пешехода, велосипедист обогнал пешехода на 3 км.

На сколько км пешеход отстал от велосипедиста в тот момент, когда мотоциклист догнал велосипедиста?

**12.**

Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_2(\sqrt{x^2 - 2x + 5} + 6)$

Часть 2

**Задание 13.**

а) Найдите все решения уравнения

$$\frac{1+2\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x + \sin 2x}{2\sin x \cos x - 1} = 1$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку  $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ .

**Задание 14.**

Дана правильная четырехугольная пирамида  $SABCD$  с вершиной  $S$ . Все ребра пирамиды равны. Точка  $M$  - середина ребра  $BC$ .

а) Докажите, что ортогональная проекция середины ребра  $AB$  на плоскость  $CSD$  делит медиану  $SN$  этой грани в отношении 1 : 2, считая от вершины  $S$ .

б) Найдите угол между прямой  $SM$  и плоскостью  $CSD$ .

**Задание 15.**

Решите неравенство

$$\frac{10^x}{2\log_2^2(x+1)^2 \log_3(x+2)} \leq \frac{(15 \cdot 3^x)^x}{9\log_2^2(x+1)^2 \log_3(x+2)}.$$

**Задание 16.**

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $D$  и  $E$  лежат соответственно на катетах  $BC$  и  $AC$  так, что  $CD = CE = 1$ . Точка  $O$  является точкой пересечения отрезков  $AD$  и  $BE$ . Площадь треугольника  $BOD$  больше площади треугольника  $AOE$  на  $\frac{1}{2}$ . Кроме того, известно, что  $AD = \sqrt{10}$ .

Найдите длину гипотенузы  $AB$ .

**Задание 17.**

В июле планируется взять кредит на сумму 1 000 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга;
- ежегодные выплаты не превышают 300 000 рублей.

На какое минимальное число рублей сумма выплат может превышать размер кредита?

**Задание 18.**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\lg^2(5x^2 - 10x + 6) + (3a^2 - 5a + 6) \lg(5x^2 - 10x + 6) - 4a + 3 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

**Задание 19.**

- а) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 15 раз больше суммы?
- б) Существует ли четырехзначное число, произведение цифр которого в 200 раз больше суммы?
- в) Найти все четырехзначные числа, произведение цифр которого в 12,5 раз больше суммы?