

Задание 10	Укажите не менее 3-х отличий явной разностной схемы от неявной.
Ответ	1) неявные схемы абсолютно устойчивы 2) в явной схеме можно вычислить следующий слой от предыдущего через граничные и предыдущий 3) в неявной используется метод решения или СЛАУ.
Задание 11	Дано разностное уравнение $Lu = f$, где L – оператор слоистой структуры, f, u – сеточные функции, U точное решение уравнения. Запишите определение аппроксимации разностной схемы.
Ответ	$f - Lu \rightarrow 0 \Leftrightarrow f \cdot Lu \rightarrow 0, \delta, h \rightarrow 0$
Задание 12	Запишите условие устойчивости для разностной схемы: $\frac{u_k^{j+1} - u_k^j}{\tau} = a(x, t) \frac{u_{k-1}^j - 2u_k^j + u_{k+1}^j}{h}$
Ответ	$\tau \leq \frac{h^2}{2a}$
Задание 13	Запишите условие устойчивости для разностной схемы: $\frac{u_{km}^{j+1} - u_{km}^j}{\tau} = \frac{u_{k,m-1}^{j+1} - 2u_{k,m}^{j+1} + u_{k,m+1}^{j+1}}{h_x^2} + \frac{u_{k-1,m}^j - 2u_{k,m}^j + u_{k+1,m}^j}{h_y^2}$
Ответ	$\tau \leq \frac{h_y^2}{2}$
Задание 14	Запишите разностную схему метода переменных направлений для уравнения: $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.
Ответ	$\frac{u_{km}^{n+1} - u_{km}^n}{\tau} = \frac{u_{k-1,m}^{n+1} - 2u_{k,m}^{n+1} + u_{k+1,m}^{n+1}}{h_x^2} + \frac{u_{k,m-1}^{n+1} - 2u_{k,m}^{n+1} + u_{k,m+1}^{n+1}}{h_y^2}$
Задание 15	Запишите разностную схему метода дробных шагов для уравнения: $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.
Ответ	$\frac{(u_{km}^L - u_{km}^R)}{\tau} + \frac{(u_{k-1,m}^L - 2u_{k,m}^L + u_{k+1,m}^L)}{h_x^2} + \frac{(u_{k,m-1}^L - 2u_{k,m}^L + u_{k,m+1}^L)}{h_y^2} +$ $\frac{(u_{km}^{n+1} - u_{km}^n)}{\tau} + \frac{(u_{k-1,m}^{n+1} - 2u_{k,m}^{n+1} + u_{k+1,m}^{n+1})}{h_x^2} + \frac{(u_{k,m-1}^{n+1} - 2u_{k,m}^{n+1} + u_{k,m+1}^{n+1})}{h_y^2}$
Задание 16	Запишите разностную схему для уравнения: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y)$.
Ответ	$\frac{u_{k+1,m} - u_{k,m}}{h_x} + \frac{u_{k,m+1} - 2u_{k,m} + u_{k,m-1}}{h_y^2} = f_{k,m}$
Задание 17	Когда система уравнений $\frac{\partial u}{\partial t} = [A] \frac{\partial u}{\partial x} + [B] \frac{\partial u}{\partial y}$ имеет гиперболический тип по паре переменных (t, y) ?
Ответ	собств. значения $[B]$ действительны и различны.
Задание 18	Когда система уравнений $\frac{\partial u}{\partial t} = [A] \frac{\partial u}{\partial x} + [B] \frac{\partial u}{\partial y}$ имеет гиперболический тип по паре переменных (t, x) ?
Ответ	собств. значения $[A]$ действит. и различны.
Задание 19	Когда система уравнений $\frac{\partial u}{\partial t} = [A] \frac{\partial u}{\partial x} + [B] \frac{\partial u}{\partial y}$ имеет параболический тип по паре переменных (t, x) ?
Ответ	не было на лекции.
Задание 20	Когда система уравнений $\frac{\partial u}{\partial t} = [A] \frac{\partial u}{\partial x} + [B] \frac{\partial u}{\partial y}$ имеет эллиптический тип?
Ответ	собств. значения матриц $[A]$ и $[B]$ комплексные.

Группа: АКЗ-61

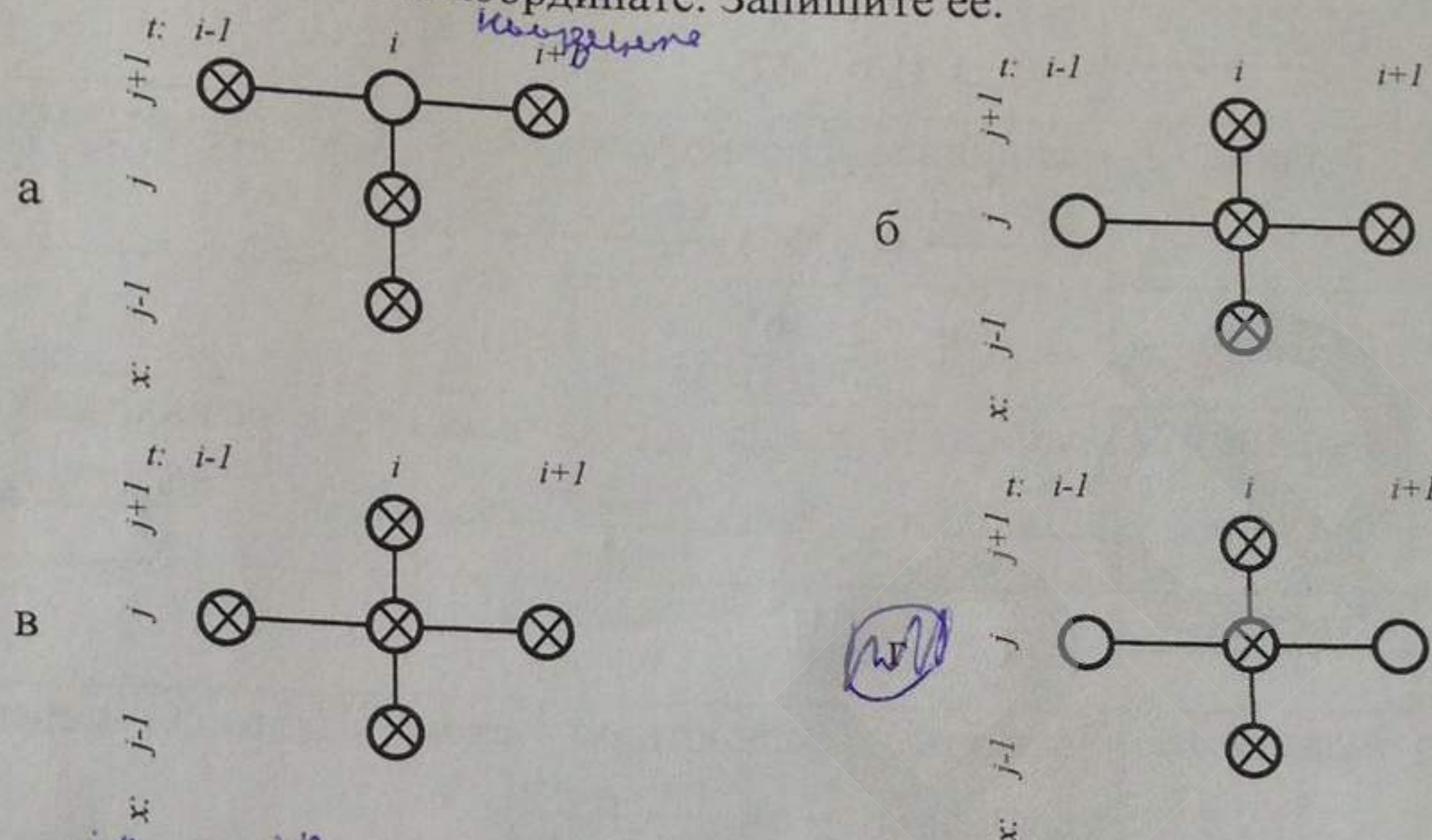
ФИО: ЯГУБОВ Р.Б.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_i = \frac{f(t_j) - f(t_{j-1})}{\Delta t} + O(\Delta t); \quad \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta t} + O(\Delta t)$$

Задание 1 Задана сетка: $t_j = j \cdot \Delta t$, $x_i = i \cdot \Delta x$. Запишите левую и центральную разностные производные по времени.

Ответ $u: \frac{j \cdot \Delta t - (j-1) \cdot \Delta t}{\Delta t} + O(h)$ $y: \frac{(j-1) \cdot \Delta t - 2j \cdot \Delta t + (j+1) \cdot \Delta t}{\Delta t} + O(h)$

Задание 2 Какой из шаблонов соответствует первой разностной производной со 2-м порядком аппроксимации по координате. Запишите её.



Ответ а) $\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x}$

Задание 3 Дайте определение сеточной функции и оператора слоистой структуры.

Ответ Функция дискретного аргумента на заданной сетке. $f(x_i)$, $x_i = i \cdot h$; i - номер h - шаг, $h = f, L$ - оператор.

Задание 4 Дано разностное уравнение $Lu = f$, где L - оператор слоистой структуры, f, u - сеточные функции, U точное решение уравнения. Запишите определение сходимости разностной схемы.

Ответ $u_k^n = U_k^n + \delta U_k^n$; сходимость $\delta U_k^n \rightarrow 0$

Задание 5 Дайте определения явной разностной схеме.

Ответ Вычисляются значения результатов через несколько соседних точек данных. Обычно неустойчивы. Тензион явно через разностную.

Задание 6 Дайте определения неявной разностной схеме.

Ответ Используют уравнения, которые выражают данные через несколько соседних точек результатов. Обычно устойчивы. Тензион не вынужден через разностную.

Задание 7 Дано разностное уравнение $Lu = f$, где L - оператор слоистой структуры, f, u - сеточные функции, U точное решение уравнения. Запишите определение устойчивости разностной схемы.

Ответ $\delta U = f - Lu$ δU не возрастает с ростом координаты.

Задание 8 Запишите неявную разностную схему для уравнения: $\frac{\partial u}{\partial t} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + d \frac{\partial u}{\partial y}$.

Ответ $\frac{u_{k,p}^{n+1} - u_{k,p}^n}{t} = c \frac{u_{k+1,p}^{n+1} + u_{k-1,p}^{n+1} + u_{k,p}^{n+1}}{h_x^2} + d \frac{u_{k,p}^{n+1} - u_{k,p}^{n-1}}{h_y}$

Задание 9 Запишите явную разностную схему для уравнения: $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.

Ответ $\frac{u_{k,p}^{n+1} - u_{k,p}^n}{t} = a \frac{u_{k+1,p}^n - u_{k,p}^n}{h_x} + b \frac{u_{k,p-1}^n - 2u_{k,p}^n + u_{k,p+1}^n}{h_y^2}$