Подготовка к контрольной работе по геометрии
по теме «Векторы. Уравнение прямой и плоскости».

1. Дано $\angle(\bar{a};\bar{b}) = 60°$, $\angle(\bar{a};\bar{c}) = 60°$, $\bar{b} \perp \bar{c}$, $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 2$, $|\bar{c}| = 1$. Вычислить скалярное произведение

а) $(\bar{a} - 2\bar{b})(\bar{c} + 2\bar{b})$; б) $(\bar{b} - \bar{a})(3\bar{c} + 2\bar{b})$.

2. Дано $a(1; 3; -1)$ и $b(-2; 0; 3)$. Вычислить угол между векторами

а) $\angle(\bar{a};\bar{b})$; б) $\angle(\bar{b} - \bar{a}; \bar{c} + 2\bar{b})$.

3. Найти координаты вектора $\bar{d}$ в базисе $(\bar{a},\bar{b},\bar{c})$, если $a(1; -2; -1)$, $b(0; 3; 4)$, $c(2; -2; -2)$, $d(-3; 1; 0)$.

4. Дан параллелограмм ABCD, M – точка пересечение диагоналей, $\overline{AB} = \bar{a}$, $\overline{MD} = \bar{b}$. Выразить векторы $\overline{AC}, \overline{CB}$ через векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

5. Дан треугольник ABC, AM и CN – медианы, O – точка пересечения медиан, $\overline{AO} = \bar{a}$, $\overline{BM} = \bar{b}$. Выразить векторы $\overline{AB}, \overline{CN}$ через векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $a(3; 4; -2)$, $b(1; -1; 2)$.

7. Вычислить площадь треугольника ABC, если A(1; -2; 0), B(3; 3; -1), C(-1; 2; 2).

8. Дано $a(3; 4; -2)$, $b(1; -1; 2)$, c(0; 2; 1). Найти векторное произведение

а) $[(\bar{a} - 2\bar{b}), (\bar{b} + \bar{a})]$ б) $[(\bar{a} + 2\bar{c}), (\bar{c} - 3\bar{b})]$.

9. Записать уравнение плоскости, проходящей через точку A(2; -3; 4), и

а) параллельно плоскости $x + 2y + 2z - 5 = 0$;

б) перпендикулярно прямой BC, где B(3; 3; -1), C(-1; 2; 2).

10.Определить взаимное расположение плоскостей:

а) $-x + 2y - 5z - 3 = 0$ и $3x - 6y + 15z - 3 = 0$;

б) $2x + y - z + 1 = 0$ и $x + 2y + 4z - 5 = 0$.

11.Найти угол между плоскостями:

а) $-2x + y - 3z - 3 = 0$ и $6x - 3y + 9z - 3 = 0$;

б) $2x + y - 7z = 0$ и $x - 5y - 4z - 19 = 0$.

12. Записать уравнение прямой, проходящей через точку A(1; -3; 4), и

а) перпендикулярно плоскости $x - 2y + 2z - 5 = 0$;

б) параллельно прямой p: $\begin{cases} x = -k + 6 \\ y = 2k - 12, \\ z = 3k \end{cases} \quad k \in R$.

в) перпендикулярно вектору $\bar{a}(3; 0; -1)$ и прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{1-z}{-3}$.

ЯУЗОВ.РФ

13. Определить взаимное расположение и угол между прямыми:

а) $\frac{x-2}{1}=\frac{y+5}{-2}=\frac{1-z}{-3}$ и $\begin{cases} x=-k+6 \\ y=2k-12 \\ z=-3k \end{cases}$

б) $\begin{cases} x=5k+5 \\ y=-3k-1 \\ z=3k+9 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=-k-6 \\ y=-k+1 \\ z=-2k+5 \end{cases}$.

14. Определить угол между прямой и плоскостью

$\frac{x-2}{1}=\frac{y+5}{-2}=\frac{1-z}{-3}$ и $3x - y + 12z - 4 = 0$;

15. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 1 найдите :

а)скалярное произведение векторов $\overrightarrow{DC}$ и $\overrightarrow{A_1B}$;

б) векторное произведение векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{A_1D}$

16. Напишите каноническое и параметрическое уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(-1;0;2)$ и $M_2(0;-1;1)$.

17. Найдите точку *B*, симметричную точке $A(1;-1;0)$ относительно плоскости $x+y-3z+22=0$.

18. Найдите расстояние от точки $M(5;2;-3)$ до плоскости, проходящей через точку $C(1;1;1)$ параллельно $\bar{a}(2;-2;0)$ и $\bar{b}(0;1;3)$.

19. Найдите точку *M*, симметричную точке $K(19;-10;0)$ относительно прямой $x-10=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$.

20. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ диагонали грани DD_1CC_1 пересекаются в точке M, а диагонали грани ABCD пересекаются в точке O. Известно, что $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AA_1}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Выразите через вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$

а) $\overrightarrow{BM}$; б) $\overrightarrow{C_1O}$.

Ягубов.рф