

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №1

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\left[\frac{x^2 - x - 6 - (x+3)\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 + x - 6 - (x-3)\sqrt{x^2 - 4}} \right]^2 \cdot (14 - 2\sqrt{13})^{\frac{1}{4} \log_{(x-2)^2}(\sqrt{13}-1)}.$$
- Решите уравнение $x^4 + 4x^3 - 18x^2 - 12x + 9 = 0$.
- а) Выясните при каком значении параметра a пара чисел $x = -3, y = -1$ является решением системы уравнений $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 - 2x + 7y - 3 = 0 \\ x^2 - y^2 = a \end{cases}$ и найдите все решения системы при полученном значении параметра.
 б) Найдите все решения системы для любого значения параметра a .
- Решите систему $\begin{cases} xy + x - y = 3 \\ x^2 y - xy^2 = 2 \end{cases}$.
- Сплавляли два сорта чугуна с разным процентным содержанием хрома. Если одного сорта взять в 5 раз больше другого, то процентное содержание хрома в сплаве вдвое превысит процентное содержание хрома в меньшей из сплавляемых частей. Если же взять одинаковое количество обоих сортов, то сплав будет содержать 8% хрома. Определите процентное содержание хрома в каждом сорте чугуна.
- Решите уравнение $2|x^2 + 2x - 5| = x - 1$.
- Решите неравенство $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \leq 1$.
- Решите уравнение $\frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = \frac{2}{x}$.
- Решите систему $\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 9 \\ x - 4y = 9 \end{cases}$.
- Решите неравенство $\sqrt{1-3x} - \sqrt{5+x} > 1$.
- Для каждого значения параметра a найдите все корни уравнения $(2\cos^2 x - 2a + 3)\cos 2x + (2a - 3,5)(\cos x + \cos 3x) = 0$ лежащие на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, и укажите наименьший и наибольший из этих корней.
- Докажите тождество $\frac{2\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1}{\cos 3\alpha + \cos 2\alpha + \cos \alpha + 1} + \cos \frac{4\pi}{3} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \alpha$.
- Решите уравнение $5 \sin \frac{x}{6} - \cos \frac{x}{3} + 1 = 0$.
- Решите уравнение $\cos^2 \frac{\alpha}{2} + 5 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \cos \alpha - 3 \sin \alpha = 0$, если $\alpha \in (5\pi; 7\pi)$.
- Решите неравенство $\left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 < \sin x$.
- Решите уравнение $4^{\sqrt{x-2}+x} = 6 + 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x-2}}$.
- Решите уравнение $\log_{x^2+6x+8} \log_{2x^2+2x+3} (x^2 - 2x) = 0$.
- Решите систему $\begin{cases} \log_y x + \log_x y = 2 \\ x^2 - y = 20 \end{cases}$.
- Решите неравенство $\log_{\frac{1}{x}} (2,5x - 1) \geq -2$.
- Из всех конусов, вписанных в шар радиуса R , найдите тот, у которого площадь боковой поверхности будет наибольшая.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №2

1. Упростите выражение, указав допустимые значения переменных $\frac{x^2 - 3x + 2 - (x-1)\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 + 3x + 2 - (x+1)\sqrt{x^2 - 4}} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} \cdot 4^{\log_{16}(x+1)^2}$.
2. Решите уравнение $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$.
3. При каких значениях a уравнение $(\sqrt{x} - 1)(x - a) = 0$ имеет единственное решение?
4. Решите систему $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0, \\ x^2 - 2xy + 1 = 0 \end{cases}$.
5. Сосуд доверху наполнен 15% раствором азотной кислоты. Из него отливают 6 л раствора и доливают 6 л воды. После перемешивания снова отливают 6 л смеси и доливают 6 л воды. В результате в сосуде оказался 2,4% раствор азотной кислоты. Найдите вместимость сосуда.
6. Решите уравнение $\frac{|x^2 - 4x| + 3}{x^2 + |x - 5|} = 1$.
7. Решите уравнение $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$.
8. Решите неравенство $\frac{|x+3|}{x^2 + 5x + 6} > 2$.
9. Решите систему $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{3}{4}\sqrt{xy}, \\ x + y = 20 \end{cases}$.
10. Решите неравенство $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} < x - 1$.
11. Для каждого значения параметра a найдите все корни уравнения $(\sin^2 x + (2a - 1,5)\sin x + a - 1) \cdot \left(\cos x + 4\cos\frac{5\pi}{12} \cdot \cos\frac{13\pi}{12}\right) = 0$, лежащие на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ и укажите наибольший и наименьший из этих корней.
12. Решите уравнение $a \operatorname{ctg}^2 x - c \operatorname{tg} x = 0$ для каждого a и найдите его корни на $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
13. Решите уравнение $2\sin^2 x + \cos^2 x + 3\sin x \cos x = 3$.
14. Решите уравнение $3\sin x \cos x - 2\sin^2 x + 2\cos^2 x = 0$ и найдите все корни, лежащие на $[0, \pi]$.
15. Решите неравенство $\sin 5x \sin 7x < \sin x \sin 3x$.
16. Решите уравнение $2^x + 5^x = 7^x$.
17. Решите уравнение $\log_{x+1}(x^3 - 9x + 8) \cdot \log_{x-1}(x+1) = 3$.
18. Решите систему $\begin{cases} 5\log_2 x = \log_2 y^3 - \log_{\sqrt{2}} 2 \\ \log_2 y = 8 - \log_{\sqrt{2}} x \end{cases}$.
19. Решите неравенство $\log_x^2(2x+1) - \log_x(2x+1) - 2 > 0$.
20. Для каждого a решите неравенство $\log_2^2 x - a \log_2 x - 2a^2 < 0$.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №3

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\frac{x^2 + 2x - 3 + (x+1)\sqrt{x^2 - 9}}{x^2 - 2x - 3 + (x-1)\sqrt{x^2 - 9}} \cdot \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}} \cdot (193 - 132\sqrt{2})^{\frac{1}{4} \log_{(x-2)^2} (3-\sqrt{2})}.$$
- Решите уравнение $x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1 = 0$.
- Найдите все значения параметра a , для которых один корень уравнения $2ax^2 - 2x - 3a - 2 = 0$ больше 1, а другой меньше 1.
- Решите систему
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 26 \\ x^4 - y^4 = 20(x + y) \end{cases}.$$
- Сосуд содержит 15л раствора некоторой кислоты. Из него отлили 3л, а затем добавили 6л 20% раствора такой же кислоты. В результате в сосуде получился раствор, содержащий 18% кислоты. Найдите процентное содержание кислоты в исходном растворе.
- Решите уравнение $|x - |4 - x|| - 2x = 4$.
- Решите неравенство $\left| 1 - \frac{|x|}{1 + |x|} \right| \geq \frac{1}{2}$.
- Решите уравнение $\frac{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x-1}} = 2$.
- Решите систему
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4 \\ xy = 27 \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\sqrt{x^2 + 4x - 5} - 2x + 3 > 0$.
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\left(\sin x + \sin \frac{39\pi}{2} \right) (4 \sin x - a^2) = 0$ имеет на отрезке $[0; 3\pi]$ только два различных корня.
- Упростите выражение $\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha} + \left[\cos^4 \left(2\alpha - \frac{9\pi}{4} \right) - \sin^4 \left(2\alpha - \frac{5\pi}{4} \right) \right] \cdot \frac{\operatorname{ctg} 4\alpha}{8}$.
- Решите уравнение $(\cos 2x - \sin 2x)^2 = \sin 4x$.
- Решите уравнение на интервале $2 \sin^2 x - \operatorname{tg} x - (\sin x - \cos x)^2 = 0$ если $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$.
- Решите неравенство $3 \cos^2 x - \sin^2 x > \sin 2x$.
- Решите уравнение $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$.
- Решите уравнение $\log_x 3 + \log_3 x = \log_{\sqrt{x}} 3 + \log_3 \sqrt{x} + \frac{1}{2}$.
- Решите систему
$$\begin{cases} 4^{\log_{\sqrt{2}} x} = y^4 - 5 \\ 4^{x+y} = 2^{y-x} \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\log_x \frac{2x-1}{x-1} > 1$.
- Среди всех прямоугольных треугольников площади S , найдите тот, для которого площадь описанного круга будет наименьшая.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №4

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\left[17(1 + \sqrt{x})^2 - \frac{17}{1 - \sqrt{x}} + \left(\sqrt{\frac{1}{289x^3}} - \frac{1}{17}\sqrt{x^{-2}} \right)^{-1} \right]^2 \cdot 17^{\log_{\sqrt{17}}(17x)-1}.$$
- Решите уравнение $\frac{24}{x^2 + 2x - 8} - \frac{15}{x^2 + 2x - 3} = 2.$
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $9ax^2 - 3(a+3)x + 2(a+1) = 0$ имеет хотя бы один корень и все его корни отрицательны.
- Решите систему $\begin{cases} (x-y)^2 - (x-y) = 6 \\ 2(x^2 + y^2) = 5xy \end{cases}.$
- Имеются два сплава, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй – 20% меди. Процентное содержание цинка в первом и во втором сплавах одинаково. Сплавив 150кг первого сплава и 250кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка. Сколько олова содержится в полученном новом сплаве?
- Решите уравнение $(x^2 - 5x + 6)^2 - 5|x^2 - 5x + 6| + 6 = 0.$
- Решите неравенство $\frac{|x-3|}{x^2 - 5x + 6} \geq 2.$
- Решите уравнение $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1.$
- Решите систему $\begin{cases} \sqrt{\frac{6x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{6x}} = \frac{5}{2} \\ xy - x - y = 9 \end{cases}.$
- Решите неравенство $\sqrt{2-\sqrt{3+x}} < \sqrt{x+4}.$
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(\cos x + \cos 47\pi)(\cos x - 2a - 1) = 0$ имеет на отрезке $[0; 4\pi]$ только три различных корня.
- Упростите выражение $16 \sin 420^\circ \cos^3 \alpha \sin 8\alpha - \cos 5\alpha - 3(\cos 7\alpha + \cos 9\alpha) - \cos 11\alpha.$
- Решите уравнение $3 \sin^2 2x + \sin 2x = (\sin x - \cos x)^2.$
- Решите уравнение в интервале $\sin 2x - 3 + 2 \operatorname{ctg} x = 0$, если $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right].$
- Решите неравенство $\sin x \sin 7x > \sin 3x \sin 5x.$
- Решите уравнение $3^{x-2} - (0, (1))^{\frac{3-x}{2}} + (0, (3))^{1-x} = 99.$
- Решите уравнение $\log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_5 x = \log_2 x \cdot \log_3 x + \log_2 x \cdot \log_5 x + \log_3 x \cdot \log_5 x.$
- Решите систему $\begin{cases} x + y = 12 \\ 2\left(2 \log_{y^2} x - \log_{\frac{1}{x}} y\right) = 5 \end{cases}.$
- Решите неравенство $\log_{2x-0,16} \frac{x^2 - 14x + 51}{50} \leq 0.$
- Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений $\begin{cases} ax + y = 1 \\ a^2 x^2 + 3x - y^2 = 7 \end{cases}$ не имеет решений.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №5

1. Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\frac{\sqrt{(x+\sqrt{3})^2 - 4 - 2\sqrt{3} + y + \sqrt{y}}}{\sqrt{y + \sqrt{y}}} + \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot \log_2 x.$$
2. Решите уравнение $\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = \frac{17}{4}.$
3. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $4ax^2 + (2a+4)|x| + 3a+1=0$ имеет четыре различных корня.
4. Решите систему
$$\begin{cases} x^4 + x^2y^2 + y^4 = 931 \\ x^2 - xy + y^2 = 19 \end{cases}.$$
5. Имеются два сплава золота и серебра. В одном сплаве количества этих металлов находятся в соотношении 1:2, в другом 2:3. Сколько граммов нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 19г сплава, в котором золото и серебро находятся в соотношении 7:12.
6. Решите уравнение $|x^2 - 4x + 3| = -(4 + 2\sqrt{3})x.$
7. Решите неравенство $x^2 - 4x - 2|x-2| + 1 \leq 0.$
8. Решите уравнение $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2.$
9. Решите систему
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{xy} = \frac{80}{\sqrt{xy}} \\ x + y = 20 \end{cases}.$$
10. Решите неравенство $\sqrt{3x^2 + 5x + 7} - \sqrt{3x^2 + 5x + 2} > 1.$
11. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\cos^2 x - (2a+3)\cos x = 0$ имеет на отрезке $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ только три различных корня.
12. Упростите выражение $(\sin^4 3\alpha - 6\sin^2 3\alpha \cos^2 3\alpha + \cos^4 3\alpha)^2 + \sin^2 12\alpha.$
13. Решите уравнение $\operatorname{ctgx} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2.$
14. Решите уравнение на интервале $\sin 2x = 1 - \cos 2x$ если $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right].$
15. Решите неравенство $\sin x > \cos^2 x.$
16. Решите уравнение $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}.$
17. Решите уравнение $\log_{1-2x^2} x = \frac{1}{4} - \frac{3}{4\log_2(1-2x^2)}.$
18. Решите систему
$$\begin{cases} 4^{\frac{x+y}{y^x}} = 32 \\ \log_3(x-y) = 1 - \log_3(x+y) \end{cases}.$$
19. Решите неравенство $\log_x \frac{3x-1}{x^2+1} > 0.$
20. Из всех треугольников с одинаковым основанием и одним и тем же углом при вершине α найдите треугольник с наибольшим периметром.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №6

- Упростите выражение для $f(x)$, найдите ее производную

$$f(x) = \left(\frac{\sqrt{x-x^2}}{\sqrt{x+x^2} + \sqrt{x-x^2}} - \frac{x-x^2}{\sqrt{x^2-x^4} - x + x^2} \right)^{-1} \cdot 5^{\log_5(5x) + (\log_{x-x^2} 5)^{-1}}.$$
- Решите уравнение $x^4 - 2x^3 + x - 132 = 0$.
- При каких значениях параметра m корни уравнения $4x^2 - (3m-1)x - m - 2 = 0$ принадлежат интервалу $(-1; 2)$.
- Решите систему $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 2 \\ x^3 - y^3 = 4 \end{cases}$.
- От двух кусков сплава с разным процентным содержанием меди, весящих m и n кг, было взято по куску одинакового веса. Каждый из отрезанных кусков был сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное содержание меди в обоих сплавах стало одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков?
- Решите уравнение $|x^2 - 5x + 6| = 1 - |x^2 - 4x + 3|$.
- Решите неравенство $|x^2 + x - 6| < 2x^2 - 2x + 4$.
- Решите уравнение $\sqrt{2x^2 + 8x + 6} + \sqrt{x^2 - 1} = 2 + 2x$.
- Решите систему $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3 \\ xy = 8 \end{cases}$.
- Решите неравенство $\sqrt{\frac{x^3 + 8}{x}} > x - 2$.
- Упростите выражение $\frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha) + \cos 0}{\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}^2(2\pi - \alpha)}$.
- Для каждого a решите уравнение $a \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 0$ и найдите корни на $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
- Решите уравнение $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x$.
- Решите уравнение $6 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 2$, найдите все решения на $[\pi; 2\pi]$.
- Решите неравенство $\sqrt{3} \sin x + \sin 2x > 0$.
- Решите уравнение $(3 - 2\sqrt{2})^{x^2 - 2x + 2} + (17 + \sqrt{288})^{0,5x^2 - x + 1} = 6$.
- Решите уравнение $\log_{x+1}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.
- Решите систему $\begin{cases} 3 \log_5(x + y) = y - x \\ (x + y) \cdot 3^{x-y} = \frac{5}{27} \end{cases}$.
- Решите неравенство $\log_2^2(x - x^2 + 2) + 3 \log_{0,5}(x - x^2 + 2) < -2$.
- Решите неравенство $9^x + a3^{x+1} - 4a^2 \geq 0$ для каждого значения a .

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №7

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\frac{\sqrt{(x^2 - 3x + 2)(x^3 - 3x^2)(x^2 - 4)} \log_{\frac{1}{\pi}} 2^{-1} + \sqrt{\sqrt{x^2 + 4x + 4} - x^2 + 4x - 8} + \sqrt{3}^{\log_3 2}}{(x^2 - 5x + 13)^{\log_{49} 2}}.$$
- Решите уравнение $6x^3 + x^2 - 11x - 6 = 0$.
- При каких значения a существует единственный корень уравнения $(a - 1)x^2 - 2ax + 2 - 3a = 0$, удовлетворяющий условию $x > 1$.
- Решите систему $\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \\ x^2 - xy - 2x - 3y = 6 \end{cases}$.
- Сплав, состоящий из олова, меди и цинка, имеет массу 50г. Если от этого сплава отделить 30г и сплавить их с 3г меди, то во вновь получившемся сплаве масса меди будет равна массе олова. Если же отделить от первоначального сплава 10г и прибавить к ним 3г цинка, то в новом сплаве масса меди будет равна массе цинка. Сколько граммов олова, меди и цинка содержится в исходном сплаве?
- Решите уравнение $\frac{|x^2 - 4x| + 3}{x^2 + |x - 5|} = 1$.
- Решите неравенство $x^2 - 8x - \frac{3}{|x - 4|} \leq -18$.
- Решите уравнение $\sqrt{x + 8 + 2\sqrt{x + 7}} + \sqrt{x + 1 - \sqrt{x + 7}} = 4$.
- Решите систему $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 4xy - 3y^2} = x + 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$.
- Решите неравенство $\sqrt{x^2 - x - 2} - 2x - 3 \geq 0$.
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(2 \sin x - 1)[\alpha \sin^2 x + 3(1 - \alpha) \sin x + 2\alpha - 3] = 0$ имеет на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ только три различных корня.
- Докажите тождество $1 + \sqrt{\frac{4 \cos^2 2\alpha - 4 \cos^2 \alpha + 3 \sin^2 2\alpha}{4 \cos^2 \alpha - \sin^2 2\alpha}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.
- Решите неравенство $\sin x + \cos x - 1 = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} (\cos x - 1)$.
- Решите уравнение на интервале $3 \cos^2 \frac{x}{2} - 5 \sin^2 \frac{x}{2} = 3 \cos x - \sin x$, если $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
- Решите неравенство $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x - 3 > 0$.
- Решите уравнение $5^{2 + \cos 2x} - 26 \cdot 5^{\cos^2 x} + 5 = 0$.
- Решите уравнение $5 \log_{\frac{x}{9}} x + \log_{\frac{9}{x}} x^3 + 8 \log_{9x^2} x^2 = 2$.
- Решите систему $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 6 \\ 3^x \cdot 4^y = 12 \end{cases}$.
- Решите неравенство $\frac{\lg 7 - \lg(-8x - x^2)}{\lg(x + 3)} > 0$.
- Рассматриваются всевозможные трапеции, обе боковые стороны и меньше основание равны a . Найдите величину большего основания трапеции, имеющей наибольшую площадь.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №8

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\left(\sqrt{\sqrt{x-2} + \sqrt{\frac{x^2-4x}{x-2}}} + \sqrt{\sqrt{x-2} - \sqrt{\frac{x^2-4x}{x-2}}} \right) \cdot \sqrt{(0,5)^{\log_{0,125} \sqrt{(x-2)^3}}}.$$
- Решите уравнение $x^4 - 3x^2 + 6x + 13 = 0$.
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(2 \lg x - 1)(4 \lg^2 x + 16(a-1) \lg x + 9) = 0$ имеет три различных корня, каждый из которых удовлетворяет неравенству $x > 1$.
- Решите систему
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ x^2 + 3xy - 8y^2 = 20 \end{cases}.$$
- Сплав меди с серебром содержит серебра на 100г больше, чем меди. Если к сплаву добавить 50г серебра, то получится новый сплав, содержащий 80% серебра. Найдите процентное содержание серебра в первоначальном сплаве.
- Решите уравнение $x^2 - 6x + |x - 4| + 8 = 0$.
- Решите неравенство $x^2 + 10x - \frac{540}{|x+5|} + 4 > 0$.
- Решите уравнение $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = x-1$.
- Решите систему
$$\begin{cases} 10\sqrt{xy} + 3x - 3y = 58 \\ x - y = 6 \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\sqrt{x+6} > \sqrt{x+1} + \sqrt{2x-5}$.
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(4 + a\sqrt{2} - 2a \cos x) [\sqrt{3} - (6\sqrt{3} + 2) \cos x + 12 \cos^2 x] = 0$ имеет на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ только два различных корня.
- Докажите тождество $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta} + \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}$.
- Решите уравнение $(1 + \operatorname{tg}^2 x)(1 + \sin 2x) = 1$.
- Решите уравнение в интервале $\cos^2 \frac{x}{2} - 5 \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x - 2 \sin x$ если $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right]$.
- Решите неравенство $\cos 2x + 5 \cos x + 3 \geq 0$.
- Решите уравнение $9^x + 4^x = 2,5 \cdot 6^x$.
- Решите уравнение $\log_{3x+7}(5x+3) + \log_{5x+3}(3x+7) = 2$.
- Решите систему
$$\begin{cases} \left[(0,48)^{x^2+2} \right]^{2x-y} = 1 \\ \lg(x+y) - 1 = \lg 6 - \lg(x+2y) \\ 3 + \log_{\frac{1}{3}}(15-2x) \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\frac{\log_{\frac{3}{3}}}{\log_3 0,5 - 2x^2} \leq 0$.
- Среди всех конусов, периметр осевого сечения которых равен 8, найдите конус с наибольшим объемом и вычислить этот объем.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №9

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\frac{\sqrt{1-2ba^{-2}+b^2a^{-4}} \cdot 2^{1+\log_2 a^2}}{\sqrt{a^2+2\sqrt{b}\sqrt{a^2-b}}+\sqrt{a^2-2\sqrt{b}\sqrt{a^2-b}}}.$$
- Решите уравнение $\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = \frac{17}{4}.$
- При каких значениях a существует только один корень уравнения $(a-1)x^2 - (a+1)x + a = 0$, удовлетворяющий условию $0 < x < 3$.
- Решите систему $\begin{cases} x^2 - y^2 + 3y = 0 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 + 2x + 4y = 0 \end{cases}.$
- Сумма двух трехзначных чисел, написанных одинаковыми цифрами, но в обратном порядке, равна 1252. Найдите эти числа, если сумма цифр каждого из них равна 14, а сумма квадратов цифр равна 84.
- Решите уравнение $(x^2 - 2|x|)(2|x| - 2) - 9 \cdot \frac{2|x| - 2}{x^2 - 2|x|} = 0.$
- Решите неравенство $|x^2 + 3x| \geq 2 - x^2.$
- Решите уравнение $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}.$
- Решите систему $\begin{cases} \sqrt{x+3y+1} = 2 \\ \sqrt{2x-y+2} = 7y-6 \end{cases}.$
- Решите неравенство $2x - 8 + \sqrt{-x^2 + 6x - 5} > 0.$
- Для каждого значения параметра a найдите все корни уравнения $(2-3a)\frac{\operatorname{tg} x \cos 2x}{\cos^2 x} = 2-3a$, лежащие на отрезке $[-\pi, 0]$, и укажите наименьший и наибольший из этих корней.
- Упростите выражение $\cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2(\alpha - \beta) - \operatorname{tg}(\alpha - 135^\circ)(1 - \sin 2\alpha)\cos 2\beta.$
- Решите уравнение $4\cos^2 x + \frac{1}{2}\sin 2x + 3\sin^2 x = 3.$
- Решите уравнение $2\cos^2 \frac{x}{2} - 4\sin^2 \frac{x}{2} = 2\cos x - \sin x$ на интервале $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right].$
- Решите неравенство $\operatorname{tg}^2 x + (2 - \sqrt{3})\operatorname{tg} x - 2\sqrt{3} < 0.$
- Решите уравнение $\log_8(4^{x^2-1} - 1) + \frac{2}{3} = \log_8(2^{x^2+2} - 7).$
- Решите уравнение $\log_{2x^2-1}\left(x^2 - \frac{2}{3}\right) = 2 - \frac{1}{\log_3(2x^2-1)}.$
- Решите систему $\begin{cases} x^{x^2-y^2-16} = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}.$
- Решите неравенство $\frac{x-1}{\log_3(9-3^x)-3} \leq 0.$
- Найдите все значения параметра a , при каждом из которых существует ровно две пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе $\begin{cases} 10x^2 - 11xy + 3y^2 = 7 \\ 3x \nmid y, \\ a(x-4) + a^2 y \nmid 4 \end{cases}.$

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\frac{2a + \sqrt{b} - 2\sqrt{a}\sqrt{a + \sqrt{b}}}{(\sqrt{a} - \sqrt{a + \sqrt{b}})(\sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt[4]{a})} + \frac{\sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + 3^{\log_8 a}}{\sqrt{a} + \sqrt{a + \sqrt{b}}}.$$
- Решите уравнение $7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9.$
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^2(x - a^2) + a^2x(x - 1) = 0$ имеет три различных корня x_1, x_2, x_3 , удовлетворяющих неравенству $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 8.$
- Решите систему $\begin{cases} x + xy - y = 13 \\ x^2y - xy^2 = 30 \end{cases}.$
- Если двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 3 и в остатке 8. Если число, составленное из тех же цифр, но записанных в обратном порядке, разделить на произведение цифр, то в частном получится 2, а в остатке 5. Найдите это число.
- Решите уравнение $4\sqrt{x+1} = |2x-1| + 3.$
- Решите неравенство $|x^2 - 6x + 8| < 5x - x^2.$
- Решите уравнение $\sqrt[5]{(7x-3)^3} + 8\sqrt[5]{(3-7x)^{-3}} = 7.$
- Решите систему $\begin{cases} x - y + \sqrt{x^2 - 4y^2} = 2 \\ x^5 \sqrt{x^2 - 4y^2} = 0 \end{cases}.$
- Решите неравенство $\frac{\sqrt{2-x} + 4x - 3}{x} \geq 2.$
- Для каждого значения параметра a определить число корней уравнения $\frac{2\cos x + 1}{\cos x - 1} = a^2 - a$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right].$
- Докажите тождество $\cos \alpha - \cos(2\alpha + 450^\circ) - \cos 3\alpha = 4 \sin 2\alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ\right).$
- Решите уравнение $(3 - \operatorname{ctg}^2 x) \sin 2x = 2(1 + \cos 2x).$
- Решите уравнение на интервале $3 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = 0$, если $x \in [0; \pi].$
- Решите неравенство $2(\sqrt{2} - 1) \sin x - 2 \cos 2x + 2 - \sqrt{2} < 0$
- Решите уравнение $\log_3(4^{x-1} - 9) - \log_3 5 = \log_3(2^{x-1} + 3) + \log_3 2.$
- Решите уравнение $\log_{1-x} 3 - \log_{1-x} 2 = \frac{1}{2}.$
- Решите систему $\begin{cases} y = 1 + \log_4 x \\ x^y = 4^6 \end{cases}.$
- Решите неравенство $\frac{\lg^2 x - 3 \lg x + 3}{\lg x - 1} < 1.$
- Сумма двух сторон треугольника равна a , а угол между ними 30° . Каковы должны быть длины сторон этого треугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №11

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\left[\frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{2}} - 2(\sqrt{a} + \sqrt{2})^{-1} \right] \cdot \left(\frac{a\sqrt{a} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{a} + \sqrt{2} + 2\sqrt{a^{-1}}} \right)^{-1} \cdot 7^{\log_{49} a}.$$
- Решите уравнение $2x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 3x + 2 = 0$.
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $9x^2 + 24(a-1)x + 16 = 0$ имеет два различных корня x_1, x_2 , удовлетворяющих неравенству $(3x_1)^3 + (3x_2)^3 > 444(x_1 + x_2)$.
- Решите систему
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + x = 4xy + 2y + 2 \\ 4x^2 + 4xy + y^2 = 2x + y + 56 \end{cases}.$$
- Сосуд содержит 20% раствор некоторой кислоты. Из него отлили 5л, а затем добавили 5л 10% раствора такой же кислоты. В результате получился раствор, содержащий 16% кислоты. Сколько кислоты было в сосуде первоначально?
- Решите уравнение $|x^2 - 9| + |x - 2| = 5$.
- Решите неравенство $|x^2 - 3x + 2| > 3x - x^2 - 2$.
- Решите уравнение $\sqrt[4]{47 - 2x} + \sqrt[4]{35 + 2x} = 4$.
- Решите систему
$$\begin{cases} x + y - \sqrt{4y^2 - x^2} = 4 \\ y^9 \cdot \sqrt{4y^2 - x^2} = 0 \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\frac{\sqrt{-x^2 + 52}}{2 - x} < 1$.
- Для каждого значения параметра a определить число корней уравнения $\frac{\sin x - 1}{2 \sin x + 1} = 1 - a$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{6}; \pi \right]$.
- Докажите тождество $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 2 \cos 45^\circ} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha + 45^\circ}{2}$.
- Решите уравнение $2 \sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0$.
- Решите уравнение на интервале $\sin^2 x (\operatorname{tg} x + 1) = 3 \sin x (\cos x - \sin x) + 3$, если $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0 \right]$.
- Решите неравенство $\sin x \sin 3x > \sin 5x \sin 7x$.
- Решите уравнение $(0,75)^{2-2x-x^2} - 2(0,75)^{x^2+2x-2} = 25^{\log_{25} 8} - 5$.
- Решите уравнение $\log_{x^2+6x+8} \log_{2x^2+2x+3} (x^2 - 2x) = 0$.
- Решите систему
$$\begin{cases} (x + y) \cdot 3^{y-x} = \frac{5}{27} \\ 3 \log_5 (x + y) = x - y \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\log_{x-1} \frac{2(x-2)(x-4)}{x+5} \geq 1$.
- Найдите высоту конуса наибольшего объема, образующая которого имеет заданную длину l .

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №12

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\left[\left(\frac{3y^3}{2y^2 - xy - x^2} + \frac{xy}{x - y} \right)^{-1} - \left(\frac{3y + x}{2 - y^{-1}x} \right)^{-1} \right]^{-1} - 3 \cdot 10^{\log_{\sqrt{10}} y - \lg(2x)}.$$
- Решите уравнение $x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1 = 0$.
- Найдите все значения параметра a , при каждом из которых все корни уравнения $2a(4^{x+2} + 1) - (64a^2 + 1)2^x = 0$ являются целыми отрицательными числами.
- Решите систему
$$\begin{cases} 4x^2 + 2xy + 6x - 27 = 0 \\ x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \end{cases}.$$
- Две трубы одинаковой производительности заполняют бассейн объемом 400 м^3 за 2 ч. За какое время одна труба наполнит бассейн на 75%.
- Решите уравнение $|4x - 1| = \frac{1}{3x - 1}$.
- Решите неравенство $\frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 6x + 9} < 0$.
- Решите уравнение $\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x-7} = 2$.
- Решите систему
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \\ x + y = 13 \end{cases}.$$
- Решите неравенство $x^2 + 2x - 7 + \sqrt{5x^2 + 10x + 1} \geq 0$.
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(\sqrt{3} - 2 \sin x)[1 - (a + 2) \sin x + (a + 1) \sin^2 x] = 0$ имеет на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ только три различных корня.
- Упростите выражение $\cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2(\alpha - \beta) - \operatorname{tg}(\alpha - 135^\circ)(1 - \sin 2\alpha) \cos 2\beta$.
- Решите уравнение $(\cos 6x - 1) \operatorname{ctg} 3x = \sin 3x$.
- Решите уравнение на интервале $\sin 2x - 3 \cos^2 x + \sin^2 x = 0$ если $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right]$.
- Решите неравенство $\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg} x > 0$.
- Решите уравнение $5^{x^2 - 2x} = 128$.
- Решите уравнение $\log_{1-3x}(6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-3x}(4x^2 - 4x + 1) = \frac{1}{2}$.
- Решите систему
$$\begin{cases} y - \log_3 x = 1 \\ x^y = 3^{12} \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\log_{2x-x^2}\left(x - \frac{3}{2}\right) > 0$.
- В шар радиуса R вписан цилиндр наибольшего объема. Найдите радиус основания цилиндра, его высоту и объем.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №13

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\left(\frac{2\sqrt{a-1}}{\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}}-\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}}} \right)^2 + (2\sqrt{2})^{\log(a-4\sqrt{a}+4)}.$$
- Решите уравнение $7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9.$
- При каких значениях a все корни уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - a = 0$ расположены на отрезке $[-2; 6].$
- Решите систему
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 3y + 5 = 0 \\ 3x^2 + 3y^2 - 11x - 7y + 10 = 0 \end{cases}.$$
- Некоторый сплав состоит из двух металлов, входящих в отношении 1:2, а другой содержит те же металлы в отношении 2:3. Сколько частей каждого сплава нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же сплавы в отношении 17:27?
- Решите уравнение $\|x - 1\| + 2 = 1.$
- Решите неравенство $\left| \frac{x^2 - 3x - 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3.$
- Решите уравнение $\sqrt[3]{28 - x} + \sqrt[3]{7 + x} = 5.$
- Решите систему
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} + \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} = 2 \\ x + y = 12 \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\sqrt{4x^2 - 18x + 18} < \sqrt{x^2 + 2x - 15} + \sqrt{x^2 - 8x + 15}.$
- Для каждого значения параметра a определить число корней уравнения $2\sin^2 x - \sin x = a$ на отрезке $[0; \pi].$
- Преобразуйте в произведение $(\sec^2 a + \cos ec^2 a - 8)(tg^2 a + ctg^2 a + 2)^{-1} + \sqrt{3} \sin 4a.$
- Решите уравнение $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x.$
- Решите уравнение на интервале $\cos x - \sin x = 4\cos x \sin^2 x$ если $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$
- Решите неравенство $2\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x - 3 > 0.$
- Решите уравнение $7^{\log_{25}^2(5x)-1} - x^{\log_5 7} = 0.$
- Решите уравнение $\log_{3x+7}(9 + 12x + 4x^2) + \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4.$
- Решите систему
$$\begin{cases} x^{x-2y} = 36 \\ 4(x - 2y) + \log_6 x = 9 \end{cases}.$$
- Решите неравенство $\log_{x+1}(x^2 + x - 6)^2 \geq 4.$
- Среди всех конусов, периметр осевого сечения которых равен 8, найдите конус с наибольшим объемом и вычислить этот объем.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №14

- Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\frac{\sqrt{b+2\sqrt{ab-a^2}} + \sqrt{b-2\sqrt{ab-a^2}}}{\sqrt{1-2ab^{-1}+a^2b^{-2}}} \cdot 4^{\log_2 \sqrt{(b-a)}-0,5}.$$
- Решите уравнение $2x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 3x + 2 = 0$.
- При каких значениях m неравенство $\frac{x^2+mx-1}{2x^2-2x+3} < 1$ выполняется при любых значениях x ?
- Решите систему $\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = 61 \\ xy = 12 \end{cases}$.
- Один сосуд содержит 12л чистой кислоты и 20л воды, другой сосуд содержит 9л чистой кислоты и 4л воды. Сколько литров жидкости надо перелить из первого сосуда во второй, чтобы получить во втором сосуде одинаковое количество воды и чистой кислоты?
- Решите уравнение $x^2 + 4|x-3| - 7x + 11 = 0$.
- Решите неравенство $\left| \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \right| \geq 1$.
- Решите уравнение $\sqrt[3]{2-3x} = 1 - \sqrt{3x-1}$.
- Решите систему $\begin{cases} \sqrt{x+y-1} = 1 \\ \sqrt{x-y+2} = 2y-2 \end{cases}$.
- Решите неравенство $\frac{1 - \sqrt{21-4x-x^2}}{x+1} \geq 0$.
- Для каждого значения параметра a определить число корней уравнения $2\cos^2 x - \cos x = a$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.
- Упростите выражение $\left[\sin^2\left(\frac{\pi}{8} - \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) \right] \left(\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \right)$.
- Решите уравнение $\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x = 4\sqrt{2} \cdot \operatorname{ctg} 2x$.
- Решите уравнение на интервале $\sin^3 \frac{x}{3} - \sin^2 \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} - 3 \sin \frac{x}{3} \cos^2 \frac{x}{3} + 3 \cos^3 \frac{x}{3} = 0$, если $x \in \left[\frac{\pi}{4}; 2\pi\right]$.
- Решите неравенство $\cos^3 x \sin 3x + \sin^3 x \cos 3x > \frac{3}{8}$.
- Решите уравнение $4^{3x^2+x} - 8 = 2 \cdot 8^{\frac{x^2+x}{3}}$.
- Решите уравнение $9^{\frac{\log_1(x+2)}{3}} = 7^{\frac{\log_1(2x^2+3x+2)}{7}}$.
- Решите систему $\begin{cases} (x+y) \cdot 2^{y-2x} = 6,25 \\ (x+y)^{\frac{1}{2x-y}} = 5 \end{cases}$.
- Решите неравенство $\log_{\frac{3x}{x^2+1}}(x^2 - 2,5x + 1) \geq 0$.
- Сумма длин всех ребер правильной шестиугольной призмы равна 36. Найдите длину стороны основания призмы, при которой объем призмы, будет наибольший.

11 класс. Типовой расчет по теме «Повторение». Вариант №15

1. Упростите выражение, указав допустимые значения переменных

$$\left[\frac{\left(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3} \right)^3 + 2x + \sqrt[3]{3}}{\left(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3} \right)^3 - x - 2\sqrt[3]{3}} \right]^3 + \frac{\sqrt{\left(3 + 3\sqrt[3]{9x} + 3\sqrt[3]{3}x^2 + x^3 \right)^2}}{2^{\log_8 3}} \cdot 2^{\log_4 x}.$$

2. Решите уравнение $x(x+1)(x+2)(x+3) = 15$.

3. При каких значениях a все корни уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 2 = 0$ расположены на отрезке $[2; 5]$.

4. Решите систему $\begin{cases} 5x^2 - 6xy + 5y^2 = 29 \\ 7x^2 - 8xy + 7y^2 = 43 \end{cases}$.

5. Пароход идет от Горького до Астрахани 5 суток, а обратно 7 суток. Сколько времени плывут по течению плоты от Горького до Астрахани?

6. Решите уравнение $x^2 - 4|x+1| + 5x + 3 = 0$.

7. Решите неравенство $\frac{|x-3|}{x^2 - 5x + 6} \geq 2$.

8. Решите уравнение $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}$.

9. Решите систему $\begin{cases} \sqrt{2x+y+1} - \sqrt{x+y} = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$.

10. Решите неравенство $\frac{1 - \sqrt{1-4x^2}}{x} < 3$.

11. Для каждого значения параметра a найдите все корни уравнения $\operatorname{tg}^3 x + (2a-5)\operatorname{tg} x + \frac{4(a-2)}{1+\cos 2x} = 2a-4$,

лежащие в интервале $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ и укажите наибольший и наименьший из этих корней.

12. Упростите выражение $16 \sin 420^\circ \cos^3 \alpha \sin 8\alpha - \cos 5\alpha - 3(\cos 7\alpha + \cos 9\alpha) - \cos 11\alpha$.

13. Решите уравнение $\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x} = (\sin x + \cos x)^2$.

14. Решите уравнение на интервале $\sin^2 x - 2\sin x \cos x = 3\cos^2 x$, если $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

15. Решите неравенство $\cos^3 x \cos 3x + \sin^3 x \sin 3x < \frac{1}{8}$.

16. Решите уравнение $2^{4(x+1)^2} = \frac{1}{2} + 2 \cdot 4^{x(x+2)}$.

17. Решите уравнение $\log_{x^2-6x+8} \log_{2x^2-2x-8}(x^2+5x) = 0$.

18. Решите систему $\begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = 125 \end{cases}$.

19. Решите неравенство $\log_{\frac{x^2-18x+91}{90}} \left(5x - \frac{3}{10} \right) \leq 0$.

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых существует хотя бы одна пара целых

чисел (x, y) , удовлетворяющих системе $\begin{cases} x^2 - 25y^2 = 11 \\ 24a^2 y \pi (x+6)a^3 + 12 \\ x - 7y \pi 0 \end{cases}$.