

Листок 21. Найди ошибку

1 Докажите, что: а) $2 + 2 = 5$; б) $2 \cdot 2 = 5$.

«Решение». а) Очевидно, что $0 = 0$. Также очевидно, что $2 \cdot (5 + 5) - 2 \cdot (5 + 5) = 0$ и $5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 0$. Отсюда получаем, что $2 \cdot (5 + 5) - 2 \cdot (5 + 5) = 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$. Раскрыв скобки и произведя группировку некоторых слагаемых, получим $2 \cdot (5 - 5) + 2 \cdot (5 - 5) = 5 \cdot (5 - 5)$, или $(2 + 2) \cdot (5 - 5) = 5 \cdot (5 - 5)$. Сократим общий множитель и получим, что $2 + 2 = 5$, что и требовалось доказать. б) Из пункта а) следует, что $2 + 2 = 5$, но $2 + 2 = 2 \cdot 2$. Поэтому $2 \cdot 2 = 5$. \square

2 Мальвина сказала Буратино умножить число на 9 и к результату прибавить 15, а Буратино умножил число на 15, а потом прибавил 9, но ответ получил верный. Какое это было число?

«Решение». Обозначим искомое число через x и составим уравнение: $9x + 15 = 15x + 9$. Перенесём x вправо, а числа влево. Получим $24 = 6x$. Отсюда $x = 4$. \square

3 Если Аня идёт в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она тратит 1,5 часа. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь у неё занимает 30 минут. Сколько времени потратит Аня на дорогу, если и в школу, и из школы она будет идти пешком?

«Решение». На путь пешком в оба конца плюс путь на автобусе в оба конца уйдёт столько же времени, сколько на два пути пешком и на автобусе. Поэтому на дорогу туда-обратно пешком Аня потратит $2 \cdot 1,5 - 0,5 = 2,5$ часа. \square

4 Петя с другом пошли в тир. Уговор был такой: Пете даются 10 патронов, и за каждое попадание в цель он получает ещё три патрона. Петя стрелял, пока патроны не кончились, и сделал всего 34 выстрела. Сколько раз он попал в цель?

Листок 21. Найди ошибку

1 Докажите, что: а) $2 + 2 = 5$; б) $2 \cdot 2 = 5$.

«Решение». а) Очевидно, что $0 = 0$. Также очевидно, что $2 \cdot (5 + 5) - 2 \cdot (5 + 5) = 0$ и $5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 0$. Отсюда получаем, что $2 \cdot (5 + 5) - 2 \cdot (5 + 5) = 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$. Раскрыв скобки и произведя группировку некоторых слагаемых, получим $2 \cdot (5 - 5) + 2 \cdot (5 - 5) = 5 \cdot (5 - 5)$, или $(2 + 2) \cdot (5 - 5) = 5 \cdot (5 - 5)$. Сократим общий множитель и получим, что $2 + 2 = 5$, что и требовалось доказать. б) Из пункта а) следует, что $2 + 2 = 5$, но $2 + 2 = 2 \cdot 2$. Поэтому $2 \cdot 2 = 5$. \square

2 Мальвина сказала Буратино умножить число на 9 и к результату прибавить 15, а Буратино умножил число на 15, а потом прибавил 9, но ответ получил верный. Какое это было число?

«Решение». Обозначим искомое число через x и составим уравнение: $9x + 15 = 15x + 9$. Перенесём x вправо, а числа влево. Получим $24 = 6x$. Отсюда $x = 4$. \square

3 Если Аня идёт в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она тратит 1,5 часа. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь у неё занимает 30 минут. Сколько времени потратит Аня на дорогу, если и в школу, и из школы она будет идти пешком?

«Решение». На путь пешком в оба конца плюс путь на автобусе в оба конца уйдёт столько же времени, сколько на два пути пешком и на автобусе. Поэтому на дорогу туда-обратно пешком Аня потратит $2 \cdot 1,5 - 0,5 = 2,5$ часа. \square

4 Петя с другом пошли в тир. Уговор был такой: Пете даются 10 патронов, и за каждое попадание в цель он получает ещё три патрона. Петя стрелял, пока патроны не кончились, и сделал всего 34 выстрела. Сколько раз он попал в цель?

«Решение». У Пети было патронов на 10 выстрелов, а выстрелил он 34 раза, значит, 24 патрона он получил дополнительно. Заметим, что при каждом попадании общее количество патронов у Пети увеличивается на 2: один патрон он тратит на выстрел, но получает три патрона взамен. Значит, Петя попал в цель $24 : 2 = 12$ раз. \square

5 Можно ли на доске 10×10 расставить 13 кораблей 1×4 для игры в «морской бой»? Корабли не должны соприкасаться друг с другом ни сторонами, ни углами.

«Решение». Посмотрим, сколько клеточек занимает каждый корабль. Так как он не должен соприкасаться с другими кораблями ни сторонами, ни углами, очертим вокруг него границу шириной в половину клеточки. Таким образом, каждый корабль занимает $4 + 4 + 1 = 9$ клеточек. С другой стороны, доска 10×10 даёт нам $100 + 10 + 10 = 120$ клеточек (с учётом тех самых «границ»). Но $13 \cdot 9 = 117 < 120$. Значит, 13 кораблей расставить можно. \square

6 В универмаге нарядили несколько новогодних ёлок. На 12 из них есть красные шары, на 11 — жёлтые, на 19 — синие, на 6 — красные и жёлтые, на 8 — красные и синие, на 7 — жёлтые и синие, а на одной — шары всех трёх цветов. Сколько ёлок нарядили в универмаге?

«Решение». Сложим $12 + 11 + 19 = 42$. При этом мы посчитали ёлки, на которых висят шары двух цветов, по два раза. Вычтем их количества из полученной суммы по одному разу: $42 - 6 - 8 - 7 = 21$. Теперь никакие ёлки не посчитаны дважды. Однако теперь получается, что ёлку с шарами всех трёх цветов мы сначала три раза посчитали, а потом три раза вычли, то есть она у нас сейчас не учтена вовсе. Добавив её, получим $21 + 1 = 22$ ёлки. \square

7 Докажите, что $64 = 65$.

«Решение». Разрежем треугольник с дыркой площадью 64 клетки на части и сложим треугольник без дырки площадью 64 клетки (см. рисунок). Площадь прямоугольного треугольника равна половине

«Решение». У Пети было патронов на 10 выстрелов, а выстрелил он 34 раза, значит, 24 патрона он получил дополнительно. Заметим, что при каждом попадании общее количество патронов у Пети увеличивается на 2: один патрон он тратит на выстрел, но получает три патрона взамен. Значит, Петя попал в цель $24 : 2 = 12$ раз. \square

5 Можно ли на доске 10×10 расставить 13 кораблей 1×4 для игры в «морской бой»? Корабли не должны соприкасаться друг с другом ни сторонами, ни углами.

«Решение». Посмотрим, сколько клеточек занимает каждый корабль. Так как он не должен соприкасаться с другими кораблями ни сторонами, ни углами, очертим вокруг него границу шириной в половину клеточки. Таким образом, каждый корабль занимает $4 + 4 + 1 = 9$ клеточек. С другой стороны, доска 10×10 даёт нам $100 + 10 + 10 = 120$ клеточек (с учётом тех самых «границ»). Но $13 \cdot 9 = 117 < 120$. Значит, 13 кораблей расставить можно. \square

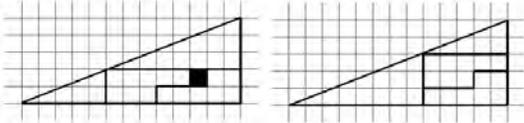
6 В универмаге нарядили несколько новогодних ёлок. На 12 из них есть красные шары, на 11 — жёлтые, на 19 — синие, на 6 — красные и жёлтые, на 8 — красные и синие, на 7 — жёлтые и синие, а на одной — шары всех трёх цветов. Сколько ёлок нарядили в универмаге?

«Решение». Сложим $12 + 11 + 19 = 42$. При этом мы посчитали ёлки, на которых висят шары двух цветов, по два раза. Вычтем их количества из полученной суммы по одному разу: $42 - 6 - 8 - 7 = 21$. Теперь никакие ёлки не посчитаны дважды. Однако теперь получается, что ёлку с шарами всех трёх цветов мы сначала три раза посчитали, а потом три раза вычли, то есть она у нас сейчас не учтена вовсе. Добавив её, получим $21 + 1 = 22$ ёлки. \square

7 Докажите, что $64 = 65$.

«Решение». Разрежем треугольник с дыркой площадью 64 клетки на части и сложим треугольник без дырки площадью 64 клетки (см. рисунок). Площадь прямоугольного треугольника равна половине

произведения длин катетов, то есть сторон, прилежащих к прямому углу. Это следует из того, что такой треугольник составляет половину прямоугольника, стороны которого равны катетам треугольника.

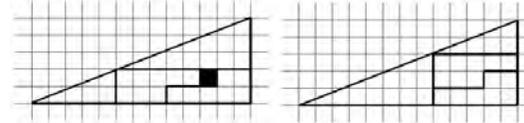


□

8 В воскресенье вечером одноклассники звонили друг другу, чтобы узнать домашнее задание. Известно, что каждый ответил по крайней мере на 10 звонков. Также известно, что никакие два одноклассника не разговаривали друг с другом за вечер больше одного раза. Какое наименьшее количество учеников может быть в классе?

«Решение». Возьмём одного человека. Ему позвонили ещё минимум 10 разных людей (пусть это будут 2-й, 3-й, 4-й, ..., 11-й); итого уже 11 человек. Возьмём второго. Первый ему звонить уже не может — они уже поговорили. Пусть ему позвонят все с 3-го по 11-го — это 9 человек; тогда нужен ещё 12-й, чтобы второму позвонили 10. (Если второму позвонят не все с 3-го по 11-го, то придётся добавить больше новых людей, тогда и общее количество не будет минимальным.) Продолжая эти рассуждения дальше, получим, что требуется минимум 21 человек. □

произведения длин катетов, то есть сторон, прилежащих к прямому углу. Это следует из того, что такой треугольник составляет половину прямоугольника, стороны которого равны катетам треугольника.



□

8 В воскресенье вечером одноклассники звонили друг другу, чтобы узнать домашнее задание. Известно, что каждый ответил по крайней мере на 10 звонков. Также известно, что никакие два одноклассника не разговаривали друг с другом за вечер больше одного раза. Какое наименьшее количество учеников может быть в классе?

«Решение». Возьмём одного человека. Ему позвонили ещё минимум 10 разных людей (пусть это будут 2-й, 3-й, 4-й, ..., 11-й); итого уже 11 человек. Возьмём второго. Первый ему звонить уже не может — они уже поговорили. Пусть ему позвонят все с 3-го по 11-го — это 9 человек; тогда нужен ещё 12-й, чтобы второму позвонили 10. (Если второму позвонят не все с 3-го по 11-го, то придётся добавить больше новых людей, тогда и общее количество не будет минимальным.) Продолжая эти рассуждения дальше, получим, что требуется минимум 21 человек. □