

*XIV Международная Жаутыковская олимпиада по математике  
Алматы, 2018*

**13 января 2018 года, 9.00-13.30**

**Второй день**

(Каждая задача оценивается в 7 баллов)

4. Крокодил загадал четыре клетки таблицы  $2018 \times 2018$ , образующие прямоугольник со сторонами 1 и 4. Медведь может выбрать в таблице любой квадрат, образованный 9 клетками, и спросить, есть ли в нём хотя бы одна из загаданных клеток. За какое наименьшее количество таких вопросов Медведь наверняка сможет получить утвердительный ответ?

5. Найдите все вещественные  $a$ , при которых существует функция  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  такая, что  $f(x - f(y)) = f(x) + a[y]$  для всех вещественных  $x$  и  $y$  ( $[y]$  обозначает целую часть числа  $y$ ).

6. В окружность с радиусом  $R$  вписан выпуклый шестиугольник  $ABCDEF$ . Диагонали  $AD$  и  $BE$ ,  $BE$  и  $CF$ ,  $AD$  и  $CF$  шестиугольника  $ABCDEF$  пересекаются в точках  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно. Пусть  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$  – радиусы окружностей, вписанных в треугольники  $ABM$ ,  $BCN$ ,  $CDK$ ,  $DEM$ ,  $EFN$ ,  $AFK$  соответственно. Докажите, что  $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 \leq R\sqrt{3}$ .