

Тест по теме 70 «Тожественные преобразования тригонометрических выражений»

Доказать тождества (задания 1-2):

Задание 1.

$$a) \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{2}{\cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x};$$

$$b) \frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x};$$

$$c) \frac{2 \sin x \cos x - \cos x}{1 - \sin x + \sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{\cos x}{\sin x};$$

$$d) \left(\sin x + \frac{1}{\sin x} \right)^2 + \left(\cos x + \frac{1}{\cos x} \right)^2 = 7 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}.$$

Задание 2.

$$a) \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x;$$

$$b) \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x;$$

$$c) \sin^2 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = 1;$$

$$d) 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1.$$

Задание 3. Преобразовать выражение $\sin\left(\frac{5}{2}\pi - t\right)$.

Ответ: $\cos t$.

Комментарий. $\frac{5}{2}\pi = \frac{\pi}{2} \cdot 5$, следовательно, аргумент находится в первой четверти, функция $\sin t$ во первой четверти неотрицательна (перед функцией в ответе поставим знак «+»). Так как к t прибавляется выражение вида $\frac{\pi}{2}n$, $n=5$ - нечетное, то функция $\sin$ меняется на функцию $\cos$. Суммируя сказанное, получаем ответ: $\sin\left(\frac{5}{2}\pi - t\right) = +\cos t = \cos t$.

Задание 4. Преобразовать выражение $\operatorname{tg}(7\pi - t)$.

Ответ: $-\operatorname{tg} t$.

Задание 8. Упростить выражение: $\frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha + \sin 8\alpha}{\cos 2\alpha + \cos 5\alpha + \cos 8\alpha}$.

Ответ: $\operatorname{tg} 5\alpha$

Задание 5. $\sin 30^\circ \operatorname{tg} 225^\circ$

Ответ: 0,5

Задание 6. $\sin^2 \frac{\pi}{4} - 2 \cos^2 \frac{\pi}{3}$

Ответ: 0

Задание 7. $\frac{3 \cos 50^\circ - 4 \sin 140^\circ}{\cos 130^\circ}$

Ответ: 1

Задание 8. $10 \operatorname{tg} 35^\circ \operatorname{ctg} 215^\circ$

Ответ: 10

Задание 9. $\sin 15^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ \cos 15^\circ$

Ответ: 1

Задание 10. $\frac{(\sin 75^\circ - \sin 15^\circ) \cos 90^\circ}{\sin 90^\circ (\sin 75^\circ + \sin 15^\circ)}$

Ответ: 0

Задание 11. $\left(\frac{\sin 80^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ} \right)^2$

Ответ: 1

Задание 12. $\frac{1 + \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{tg} 49^\circ}{\operatorname{tg} 49^\circ - \operatorname{tg} 4^\circ}$

Ответ: 1

Задание 13. $96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{48} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6}$

Ответ: 9

Задание 14. $16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ$

Ответ: 1

Задание 15. $\sin 38^\circ \sin 82^\circ + \cos 38^\circ \cos 98^\circ$

Ответ: -0,5

Задание 16. $\sin 17^\circ \sin 47^\circ + \cos 137^\circ \cos 73^\circ$

Ответ: -0,5

Задание 17. $\frac{\sin 0^\circ (\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \cos 80^\circ \cos 20^\circ)}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \cos 82^\circ \cos 22^\circ}$

Ответ: 0

Задание 18. $\frac{\cos^2 37^\circ - \cos^2 217^\circ}{\cos 14^\circ}$

Ответ: 0

Задание 19. $1 + \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ - \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 20^\circ$

Ответ: 1

Задание 20. $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{12} - 12 \cos^2 \frac{\pi}{12} - 12 \sin^2 \frac{\pi}{12}$

Ответ: -11

Задание 21. $2\sin\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}\left(\cos^2\frac{\pi}{24}+\sin^2\frac{\pi}{24}\right)$

Ответ: 0

Задание 22. $\frac{\sin 360^\circ(\sin 55^\circ \sin 9^\circ - \cos 55^\circ \sin 81^\circ)}{\cos 180^\circ(\cos^2 32^\circ - \sin^2 32^\circ)}$

Ответ: 0

Задание 23. $\frac{\sin 18^\circ \cos 36^\circ - \sin 36^\circ \sin 72^\circ}{\sin 72^\circ \cos 54^\circ - \sin 54^\circ \sin 18^\circ}$

Ответ: 1

Задание 24. Определить $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$ ($270^\circ < \alpha < 360^\circ$).

Ответ: 0,6

Задание 25. Найти $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Ответ: -2,4

Задание 26. Определить $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Ответ: 0,96

Задание 27. Определить $\sin 2\alpha$, если $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) = -2$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Ответ: 0,8

Задание 28. Определить $12\cos^2(2x - 270^\circ)$, если $\cos 4x = \frac{2}{3}$

Ответ: 2

Задание 33. Найти $49\sin^2(6x - 360^\circ)$, если $\operatorname{tg} 3x = \sqrt{6}$.

Ответ: 24

Задание 29. Определить $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{2\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha - 2\cos \alpha} = 3$.

Ответ: 5

Задание 30. Определить $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = 0,6$, $\sin \beta = -0,8$ и угол α принадлежит первой четверти, угол β принадлежит третьей координатной четверти.

Ответ: -0,96

Задание 31. Вычислить $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, если $\cos x = 0,6$ и угол x - острый.

Ответ: 0,5

Задание 32. Вычислить $\operatorname{ctg} \frac{x}{2}$, если $\cos x = 0,6$ и угол x - острый.

Ответ: 2

Задание 33. Вычислить $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$, если $\cos x = -0,6$ и угол x - тупой.

Ответ: -0,5

Задание 34. Вычислить $\operatorname{ctg} \frac{x}{2}$, если $\cos x = 0.6$ и угол x - тупой.

Ответ: -2

Задание 35. Упростить $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \operatorname{cosec} 2x}{\sec(\frac{\pi}{2} - 2x)}$

Ответ: 3.

Задание 36. $\sin x \left(1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) - \operatorname{tg} x$

Ответ: 0.

Задание 37. $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$

Ответ: 1.

Задание 38. $(\sin x + \cos x)^2 - \frac{2}{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}$

Ответ: 1.

Задание 39. $\frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$

Ответ: 0.

Задание 40. Вычислить $\cos 2x$, если $\sin x = 0.25$

Ответ: 0,875

Задание 41. Вычислить $\cos x + \operatorname{tg} x$, если $\sin x = 0.6$, x - угол, принадлежащий второй четверти

Ответ: -1,55

Задание 42. Вычислить $6 \operatorname{tg} x$, если $\cos x = \frac{12}{13}$, $\pi < x < 2\pi$.

Ответ: -2,5

Доказать тождества (задание 39 - 48)

Задание 43. $\frac{1 - 2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$

Задание 44. $\frac{\sin^4 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \cos^4 \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - 1} = \cos 2\alpha$

Задание 45. $(1 + \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} 2\beta) \cdot \sin 2\beta = \operatorname{tg} 2\beta$

Задание 46. $\frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg}^4 \alpha$

Задание 47. $\sin^2(\alpha + \beta) - \sin^2\alpha - \sin^2\beta = 2\sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos(\alpha + \beta)$

Задание 48. $\frac{\sin\alpha + \sin 5\alpha}{\cos\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$

Задание 49. $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg}\alpha$

Задание 50. $\frac{\sin\alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos\alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$

Задание 51. $\frac{\cos 4\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \sin 4\alpha}{\cos 4\alpha \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha + \sin 4\alpha} = -\operatorname{tg}^2 2\alpha$

Задание 52. $(\cos\alpha - \cos\beta)^2 - (\sin\alpha - \sin\beta)^2 = -4\sin\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta)$