

**1.** Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 5 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 35 млн. рублей.

**2.** Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале второго и третьего годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 2 млн. рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 21 млн. рублей.

**3.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн. рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число  $r$  % по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
долг (в млн. рублей)	1	0,7	0,6	0,4	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,7 млн рублей.

**4.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн. рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число  $r$  % по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
долг (в млн. рублей)	1	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет составлять более 2,15 млн рублей.

**5.** В мае 2015 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 28% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по апрель каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в мае каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

месяц и год	май 2015	май 2016	май 2017	май 2018
долг (в млн. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,6S$	0

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 82 млн. рублей.

**6.** В июне 2017 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 22% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по май каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июне каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

месяц и год	июнь 2017	июнь 2018	июнь 2019	июнь 2020	июнь 2021
долг (в млн. рублей)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором общая сумма выплат будет больше 27 млн. рублей.

**7.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн. рублей на некоторый срок, равный целому числу лет. Условия возврата кредита таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения кредита составит 47 млн. рублей?

**8.** В июле планируется взять кредит в банке на 10 лет. Условия возврата кредита таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На какую сумму планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн. рублей.

**9.** Планируется взять кредит 15-го января на срок 24 месяца. Условия возврата кредита таковы:

- первого числа каждого месяца долг возрастает на  $p$  % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $p$ .

**10.** Планируется взять кредит 15-го января на некоторый срок, равный целому числу месяцев. Условия его выплаты таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на 2,5% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит?

**11.** Страховая компания положила в банк некоторую сумму денег под 10% годовых для обеспечения страховых выплат. Какова была эта сумма (в рублях), если она оказалась полностью истрачена за три года на следующие выплаты: 880 000 рублей в конце первого года, 605 000 рублей в конце второго года, и 1 331 000 рублей в конце третьего года (все выплаты производились после начисления банком процентов).

**12.** Валерий открыл вклад в банке, по которому банк выплачивает 8% годовых. По договору вклада он может производить расходные операции (снимать со счета деньги) не чаще одного раза в год (после начисления банком процентов). В конце второго года Валерий снял со счета 229 000 рублей, а в конце третьего года он снял со счета 350 000 рублей, после чего сумма на счете составила 190 000 рублей. Какую сумму вносил Валерий при открытии счета?

**13.** Вячеслав собирается взять в банке кредит на 1,2 млн. рублей по ставке 20% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. На какое минимальное количество лет может взять кредит Вячеслав, чтобы ежегодные выплаты по кредиту не превосходили 400 тысяч рублей?

**14.** Наталья собирается взять в банке кредит на 1 млн. рублей по ставке 15% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. На какое минимальное количество лет может взять кредит Вячеслав, если она хочет, чтобы ежегодные выплаты по кредиту не превосходили 350 тысяч рублей?

**15.** Михаил взял в банке кредит по ставке 20% годовых. Выплата по кредиту осуществляется раз в год (после начисления процентов)

суммой 432 000 рублей. Какую сумму взял в банке Михаил, если он выплатил весь долг за 3 года?

**16.** Светлана взяла в банке кредит по ставке 25% годовых. Выплата по кредиту осуществляется раз в год (после начисления процентов) суммой 312 500 рублей. Какую сумму взяла в банке Светлана, если она выплатила весь долг за 4 года?

**17.** Согласно легенде, изобретатель шахмат попросил у падишаха в качестве награды такое количество пшеницы, которое получится, если на первую клетку шахматной доски положить одно зернышко, а далее удваивать количество зерен на каждой последующей клетке. Падишах распорядился слугам принести мешок зерна. Определите, на какой клетке закончился бы этот мешок, считая, что масса мешка равна 50 кг, а масса одного зернышка 0,04 г.

**18.** Недальновидный купец заключил соглашение с банкиром, по которому он в течение календарного месяца ежедневно получает от банкира по 10 000 рублей, а затем весь следующий календарный месяц возвращает этот «кредит» банкиру, выплачивая в первый день 1 копейку, во второй день 2 копейки, и т.д. до конца месяца, удваивая ежедневно выплачиваемую сумму. Сколько процентов от полученной купцом суммы составит переплата по такому «кредиту», если действие договора начинается 1 января, и год не високосный (т.е. в феврале 28 дней)? Ответ округлите до целого числа.

19. В искусственный водоём внесли 10 кг одноклеточных водорослей. После чего ежедневно (в одно и то же время суток) производят замеры концентрации водорослей, позволяющие оценить их количество во всем водоеме. Определите, через сколько дней масса этих водорослей в водоёме впервые превысит 1 тонну, если согласно результатам замеров их количество удваивается через каждые 4 дня, т.е. закон изменения массы водорослей в водоеме выражается формулой  $m = m_0 \cdot 2^{t/T}$ , где  $m_0$  – начальная масса водорослей,  $T = 4$  суток,  $t$  – время, прошедшее с момента внесения водорослей в водоем?

**20.** Период полураспада некоторого радиоактивного вещества составляет трое суток – т.е. закон изменения массы этого вещества с течением времени выражается формулой:  $m = m_0 \cdot 2^{t/T}$ , где  $m_0$  – начальная масса вещества,  $T = 3$  суток,  $t$  – время, прошедшее с момента начала наблюдения за веществом. В лабораторию по исследова-

нию радиоактивности доставили 1 кг этого вещества 19 августа в 9:00 (время начала работы лаборатории). Определите ближайшую дату, в которую на момент начала работы лаборатории будет оставаться менее 0,2 г этого вещества.

**21.** Алексей взял в банке кредит на 1,6 млн. рублей. Схема погашения кредита следующая: выплаты происходят ежемесячно после начисления банком процентов, при этом годовой процент делится на 12 и полученный процент ежемесячно начисляется на остаток долга. Алексей выплатил всю сумму кредита за два месяца, заплатив в конце первого месяца 800 тысяч рублей, а в конце второго – 830 250 рублей. Определите, под какой процент банк выдал кредит Алексею.

**22.** Александр взял в банке кредит на 800 тысяч рублей. Схема погашения кредита следующая: выплаты происходят ежемесячно после начисления банком процентов, при этом годовой процент делится на 12 и полученный процент ежемесячно начисляется на остаток долга. Александр выплатил всю сумму кредита за два месяца, заплатив в конце первого месяца 400 тысяч рублей, а в конце второго – 418 180 рублей. Определите, под какой процент банк выдал кредит Александру.

**23.** Дмитрий положил в банк некоторую сумму денег. Через год, после начисления процентов, он добавил на свой счет сумму, составляющую 0,9 исходной, в результате чего остаток на счете стал равен 3,4 млн. рублей. А еще через год, после начисления процентов, остаток на его счете увеличился в 2,2 раза по сравнению с исходной суммой. Какую сумму Дмитрий положил в банк первоначально, если в конце каждого года банк начислял один и тот же процент годовых?

**24.** Илья положил в банк некоторую сумму денег. Через год, после начисления процентов, сумма на счете стала равна 1,35 млн. рублей. Еще через год, после начисления процентов, Илья добавил на свой счет сумму, равную исходной, после чего остаток на счете стал равен 2,708 млн. рублей. Какую сумму Илья положил в банк первоначально, если в конце каждого года банк начислял один и тот же процент годовых?

**25.** Олег собирается взять в банке кредит на 500 тысяч рублей по ставке 20% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней), после начисления процентов. Сколько составит минимально возможная переплата по кредиту, если Олег хочет, чтобы ежегодные выплаты не превосходили 180 тысяч рублей? (Переплатой по кредиту называется разница между суммой всех выплат и величиной кредита).

**26.** Станислав собирается взять в банке кредит на 600 тысяч рублей по ставке 15% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней), после начисления процентов. Сколько составит минимально возможная переплата по кредиту, если Станислав хочет, чтобы ежегодные выплаты не превосходили 240 тысяч рублей? (Переплатой по кредиту называется разница между суммой всех выплат и величиной кредита).

**27.** Г-н Харитонов взял в банке кредит на 10 млн. 700 тысяч рублей по ставке 14% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами, после начисления банком процентов. Какой должна быть сумма  $X$  годового платежа, чтобы г-н Харитонов выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

**28.** Г-н Петросян взял в банке кредит на 13 млн. 890 тысяч рублей по ставке 15% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами, после начисления банком процентов. Какой должна быть сумма  $X$  годового платежа, чтобы г-н Харитонов выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

**29.** Фермер взял в банке льготный кредит на 6 млн. 951 тысячу рублей по ставке 10% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами, после начисления банком процентов. Фермер выплатил долг за 3 года. На сколько рублей меньше переплатил бы фермер по кредиту, если бы выплатил долг за 2 года?

**30.** Строительная фирма взяла в банке кредит на 67 млн. 100 тысяч рублей по ставке 20% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами, после начисления банком процентов. Фирма выплатила долг за четыре года. На сколько рублей меньше переплатила бы фирма по кредиту, если бы выплатила долг за два года?

**31.** Консервный завод выпускает фруктовые компоты в двух видах тары – стеклянной и жестяной. Производственные мощности завода позволяют выпускать в день 90 центнеров компотов в стеклянной таре или 80 центнеров в жестяной таре. Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции в каждом из видов тары должно быть выпущено не менее 20 центнеров. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена завода за 1 центнер продукции для обоих видов тары.

вид тары	себестоимость, 1 ц	отпускная цена, 1 ц
стеклянная	1 500 руб.	2 100 руб.
жестяная	1 100 руб.	1 750 руб.

Предполагая, что вся продукция завода находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль завода за один день (прибылью называется разница между отпускной стоимостью всей продукции и её себестоимостью).

**32.** Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная, творожная и мясная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

вид начинки	себестоимость (за 1 тонну)	отпускная цена (за 1 тонну)	производственные возможности
ягоды	70 тыс. руб.	100 тыс. руб.	90 (тонн в мес.)
творог	100 тыс. руб.	135 тыс. руб.	75 (тонн в мес.)
мясо	110 тыс. руб.	145 тыс. руб.	60 (тонн в мес.)

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

**33.** Мебельная фабрика выпускает три вида мягкой мебели – диваны, кресла и пуфики. Производственные мощности фабрики позволяют выпускать в день 60 диванов или 150 кресел или 350 пуфиков. По требованиям к ассортименту, которые предъявляют торговые се-

ти, диванов должно выпускаться не менее 25 шт., пуфиков не менее 40 шт., а кресел ровно в два раза больше, чем диванов. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена фабрики за единицу изделия каждого вида.

вид изделия	себестоимость, 1 шт.	отпускная цена, 1 шт.
диван	9 000 руб.	12 600 руб.
кресло	4 000 руб.	5 950 руб.
пуфик	1 250 руб.	2 000 руб.

Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), определите, сколько изделий каждого вида следует выпускать фабрике ежедневно, чтобы ее прибыль была как можно больше? Если искомым вариантов плана производства несколько, укажите все.

**34.** Мебельный цех выпускает три вида изделий – столы, стулья и тумбочки. Производственные мощности цеха позволяют выпускать в день 80 столов или 300 стульев или 360 тумбочек. По требованиям к ассортименту, которые предъявляют торговые сети, столов должно выпускаться не менее 20 шт., тумбочек не менее 50 шт., а стульев ровно в шесть раз больше, чем столов. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена фабрики за единицу изделия каждого вида.

вид изделия	себестоимость, 1 шт.	отпускная цена, 1 шт.
стол	1 900 руб.	2 800 руб.
стул	650 руб.	900 руб.
тумбочка	500 руб.	700 руб.

Предполагая, что вся продукция цеха находит спрос (реализуется без остатка), определите, сколько изделий каждого вида следует выпускать цеху ежедневно, чтобы прибыль была как можно больше? Если искомым вариантов плана производства несколько, укажите все.

**35.** На двух заводах производится абсолютно одинаковый товар, но на втором заводе установлено более совершенное оборудование. В результате этого на первом заводе рабочие за  $t^2$  человеко-часов производят  $bt$  единиц товара, а на втором заводе за  $t^2$  человеко-часов рабочими производится  $8t$  единиц товара. Оплата труда рабочих на обоих заводах одинакова и составляет 400 рублей за каждый час.

Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах, если владелец заводов может выделять на оплату труда рабочих 1 млн. рублей в неделю?

**36.** На двух заводах производится абсолютно одинаковый товар, но на втором заводе установлено дополнительное оборудование. В результате этого на первом заводе рабочие за  $t$  человеко-часов производят  $\frac{1}{3}t$  единиц товара, а на втором заводе за  $t$  человеко-часов рабочими производится  $9\sqrt{t}$  единиц товара. Оплата труда рабочих на обоих заводах одинакова и составляет 300 рублей за каждый час. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах, если на первом заводе имеется ограничение в трудовых ресурсах – в неделю может быть использовано не более 1500 человеко-часов, а на оплату труда рабочих владелец заводов может выделять 1,2 млн. рублей в неделю?

**37.** При откорме животных используется два вида корма – I и II. Каждое животное должно ежедневно получать не менее 60 единиц питательного вещества А, не менее 50 единиц вещества В и не менее 24 единиц вещества С. Килограмм корма вида I содержит 3 ед. вещества А, 5 ед. вещества В, 1 ед. вещества С и стоит 3 рубля. Килограмм корма вида II содержит 5 ед. вещества А, 2 ед. вещества В, 3 ед. вещества С и стоит 4 рубля. Сколько килограммов кормов каждого из видов нужно ежедневно давать животному, чтобы суммарная стоимость корма была минимальной?

**38.** При кормлении коровы молочной породы фермер использует два вида корма – сено и комбикорм (смесь злаков с минеральными добавками). Суточный рацион коровы должен включать не меньше 100 единиц энергетической ценности и не меньше 2,4 кг белка, 2,7 кг клетчатки, 0,15 кг минеральных веществ (кальций, фосфор, натрий и др.). При этом общая масса корма должна составлять не более 18 кг. В данной ниже таблице приведено содержание (в процентах) белка, клетчатки и минеральных веществ, а также энергетическая ценность на 1 кг корма каждого вида.

вид корма	энергетическая ценность	белок	клетчатка	минеральные вещества
сено	5 ед.	12%	30%	1%
комбикорм	10 ед.	18%	9%	2,5%

Фермер покупает сено по цене 5 руб. за 1 кг, а комбикорм – по 12 руб. за 1 кг. Сколько килограммов сена и сколько килограммов комбикорма должен давать фермер корове в сутки, чтобы ее рацион удовлетворял всем необходимым требованиям, и при этом имел наименьшую возможную стоимость?

**39.** Фермер, имеющий в собственности 20 га земли, планирует вырастить на них сельскохозяйственные культуры двух видов – А и В. Затраты на посев, выращивание и уборку урожая (с учетом амортизации техники) составляют 110 тыс. рублей на 1 га для культуры вида А и 140 тыс. рублей на 1 га для культуры вида В. Денежные средства, выделенные фермером для выращивания двух указанных видов культур, составляют 2,4 млн. рублей. При средней урожайности выручка от реализации урожая с 1 га для культуры вида А составляет 150 тыс. рублей, а для культуры вида В – 190 тыс. рублей. Ответьте на следующие вопросы:

- 1) Сколько гектар необходимо отвести под выращивание каждой из культур А и В, чтобы получить как можно большую прибыль в том случае, если урожайность окажется средней?
- 2) Какую сумму должен выделить фермер на выращивание культур А и В, чтобы максимум прибыли в условиях средней урожайности реализовывался при отведении под каждую из культур по 10 га?

**40.** Кондитерская фабрика производит карамель двух видов – А и В. Их производство ограничено наличием сырья – сахарного песка, патоки и фруктового пюре. Для производства 1 тонны карамели вида А используется 600 кг сахарного песка, 250 кг патоки и 150 фруктового пюре. Для производства 1 тонны карамели вида В используется 500 кг сахарного песка, 300 кг патоки и 200 фруктового пюре. В месяц на завод может быть завезено 90 тонн сахарного песка, 60 тонн патоки и 30 тонн фруктового пюре. Прибыль фабрики от реализации 1 тонны карамели вида А составляет 20 тысяч рублей, а прибыль от реализации 1 тонны карамели вида В – 25 тысяч рублей. Ответьте на следующие вопросы:

- 1) Сколько тонн карамели каждого из видов должна производить фабрика в месяц, чтобы ее прибыль была как можно больше?
- 2) Можно ли уменьшить возможность подвоза одного из видов сырья так, чтобы план производства, максимизирующий прибыль при новых ограничениях, не изменился? (Если да, то в ответе

укажите вид сырья и наибольшее число тонн, на которое можно сократить возможность поставок).

**41.** Средства очистки пола оценивают по следующим трем показателям: очищающие свойства, дезинфицирующие свойства, раздражающее воздействие на кожу. Каждый из этих показателей оценивается по шкале от 0 до 100 единиц. Фирма планирует выпуск на рынок новой марки очистителя, который будет являться смесью трех компонент – А, В и С. В данной ниже таблице приведены характеристики каждой из этих компонент. Технолог фирмы хочет, чтобы новый очиститель по каждому из показателей очищающие и дезинфицирующие свойства имел не менее 70 единиц. В какой пропорции следует смешивать компоненты А, В и С, чтобы раздражающее воздействие на кожу такого очистителя было минимальным?

вид компоненты	очищающие свойства	дезинфицирующие свойства	раздражающее воздействие
А	90	60	60
В	70	80	50
С	50	40	30

**42.** Фирме требуется уголь с содержанием фосфора не более 0,05% и содержанием зольных примесей не более 3,5%. Поставщик предлагает три сорта угля – А, В и С. В данной ниже таблице приведено содержание фосфора и зольных примесей, а также цена каждого из этих сортов. В какой пропорции следует закупить уголь этих сортов, чтобы получить угольную смесь, соответствующую указанным выше требованиям и имеющую минимально возможную цену?

сорт угля	содержание фосфора, %	содержание золы, %	цена, руб. за 1 тонну
А	0,02	3	7200
В	0,04	4	4800
С	0,06	2	6400

**43.** На приобретение станков для нового производственного участка выделено 34 млн. рублей. Эти станки должны быть размещены на площади, не превышающей 50 м<sup>2</sup> (с учетом проходов). Предприятие может заказать станки двух видов – типа А и типа В. Станок типа А стоит 4 млн. рублей, занимает площадь 7 м<sup>2</sup> (с учетом проходов) и производит за смену 5000 единиц продукции. Станок типа В стоит

3 млн. рублей, занимает площадь  $4 \text{ м}^2$  (с учетом проходов) и производит за смену 3000 единиц продукции. Сколько станков каждого из типов нужно приобрести предприятию, чтобы производить за смену как можно больше единиц продукции? Если искомым вариантов закупки станков несколько, укажите все.

**44.** Фирма по производству мебели выпускает две модели спальных гарнитуров – А и В. Их производство ограничено наличием сырья (качественных досок) и временем машинной обработки. Для изготовления гарнитура модели А требуется  $24 \text{ м}^2$  досок и 5 часов машинного времени, а для модели В –  $40 \text{ м}^2$  досок и 11 часов машинного времени. Фирма может получить от поставщиков до  $600 \text{ м}^2$  досок в неделю. Возможное время работы машин, имеющихся в распоряжении фирмы, составляет 140 часов в неделю. Изготовление гарнитура модели А приносит фирме 5000 рублей дохода, а модели В – 9000 рублей дохода. Сколько гарнитуров каждой модели следует выпускать фирме в неделю, чтобы прибыль фирмы была как можно больше? Если искомым вариантов плана производства несколько, укажите все.

**45.** Доски длиной 6 м требуется распилить на заготовки длиной 1,2 м и длиной 2,5 м для дальнейшего использования в мебельном производстве. При этом по условиям комплектности, число досок длины 1,2 м должно относиться к числу досок длины 2,5 м как 3:2. Ответьте на вопросы:

- а) Какое наибольшее число таких комплектов (по три доски длиной 1,2 м и по две доски длиной 2,5 м) может получиться из 22 досок длиной 6 м?
- б) Наибольшее возможное число комплектов, найденное в пункте а), обозначим через М. Можно ли для получения М таких комплектов обойтись досками длиной 6 м в количестве меньшем, чем 22? Если да, то в ответе укажите это количество досок и приведите все способы такого распила.

**46.** Доски длиной 3 м требуется распилить на заготовки длиной 0,8 м и длиной 1,5 м для дальнейшего использования в мебельном производстве. При этом по условиям комплектности, число досок длины 0,8 м должно относиться к числу досок длины 1,5 м как 4:3. Ответьте на вопросы:

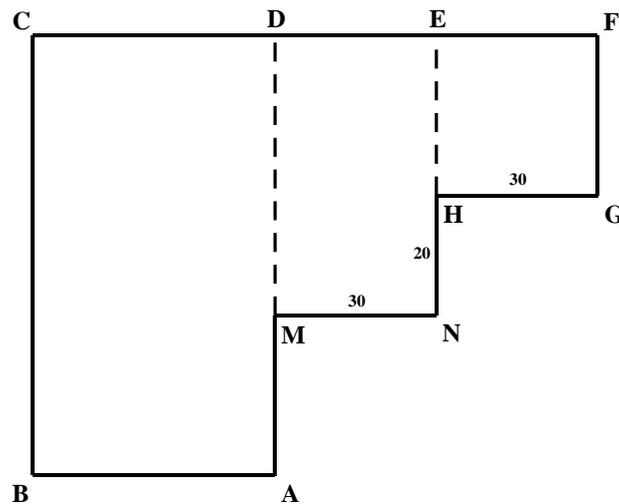
а) Какое наибольшее число таких комплектов (по 4 доски длиной 0,8 м и по 3 доски длиной 1,5 м) может получиться из 45 досок длиной 3 м?

б) Наибольшее возможное число комплектов, найденное в пункте а), обозначим через  $M$ . Можно ли для получения  $M$  таких комплектов обойтись досками длиной 3 м в количестве меньшем, чем 45? Если да, то в ответе укажите это количество досок и приведите все способы такого распила.

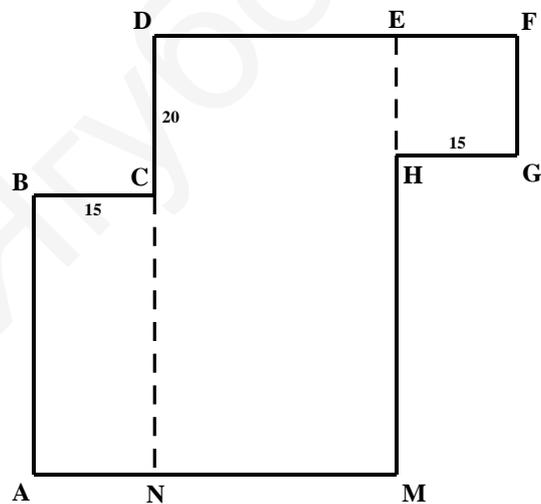
**47.** Необходимо произвести утилизацию 10 000 тонн токсичных отходов на трех заводах, мощности которых позволяют утилизировать (за отведенное для этого время) не более 2 000 тонн, 4 000 тонн и 6 000 тонн отходов на первом, втором и третьем заводе соответственно. При утилизации  $x$  тыс. тонн отходов на некотором из этих заводов, выбросы вредных веществ в окружающую среду составляют  $kx^2$  тонн, где  $k$  – некоторый (достаточно малый) коэффициент, одинаковый для всех трех заводов. Определите, на каком заводе сколько тонн отходов нужно утилизировать, чтобы общее количество выбросов в окружающую среду вредных веществ было минимальным.

**48.** Ювелирному мастеру поступил на обработку алмаз с дефектом. Этот дефект можно устранить, разделив алмаз на три части, суммарный вес которых после огранки составит 50 карат. При этом вес меньшего из полученных бриллиантов будет не меньше 5 карат, а вес большего из них – не более 30 карат (возможность равенства бриллиантов по весу не исключается). Известно, что стоимость бриллианта пропорциональна квадрату его веса. Какой вес должен придать мастер каждому из трех бриллиантов, чтобы их суммарная стоимость была максимальной?

**49.** Требуется разметить на земле участок площадью  $3700 \text{ м}^2$ , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника ABCDEFGHMN, изображенного на данном ниже рисунке. Для размеров участка должны быть выполнены условия:  $MN=GN=30 \text{ м}$ ,  $MH=30 \text{ м}$ ,  $GF \leq 10 \text{ м}$ . Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин BC, CF и GF, при которых периметр является наименьшим.



**50.** Требуется разметить на земле участок площадью  $2500 \text{ м}^2$ , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника  $ABCDEFGHNM$ , изображенного на данном ниже рисунке. Для размеров участка должны быть выполнены условия:  $BC=GH=15 \text{ м}$ ,  $CD=20 \text{ м}$ ,  $FG \geq 20 \text{ м}$ . Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин  $DF$ ,  $AB$  и  $FG$ , при которых периметр является наименьшим.



### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

**1.** В сентябре 2015 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 26% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по август каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в сентябре каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

месяц и год	сентябрь 2015	сентябрь 2016	сентябрь 2017	сентябрь 2018
долг (в млн. рублей)	$S$	$0,6S$	$0,2S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 6 млн. рублей.

**2.** В октябре 2017 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 24% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по сентябрь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в октябре каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

месяц и год	октябрь 2017	октябрь 2018	октябрь 2019	октябрь 2020	октябрь 2021
долг (в млн. руб.)	$S$	$0,8S$	$0,5S$	$0,2S$	$0$

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 10 млн. рублей.

**3.** В августе 2017 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере  $S$  тыс. рублей, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июль необходимо выплатить часть долга;
- в августе 2018, 2019 и 2020 годов долг остается равным  $S$  тыс. рублей;
- выплаты в 2021 и 2022 годах равны по 500 тыс. рублей;
- к августу 2022 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

**4.** В июле 2014 года был взят кредит в банке на  $n$  лет в размере  $S$  тыс. рублей, где  $S$ ,  $n$  – целые числа. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в каждом июле первых нескольких лет кредита долг остается равным  $S$  тыс. рублей;
- выплаты в оставшиеся два года равны по 180 тыс. рублей;
- общая сумма выплат за  $n$  лет равна 690 тыс. рублей.

Определите, на сколько лет был взят кредит.

**5.** Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале второго и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 5 млн. рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 10 млн. рублей.

**6.** Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале второго, третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн. рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад меньше 4 млн. рублей.

**7.** Вклад в размере 20 млн. рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на  $x$  млн. рублей, где  $x$  – целое число. Найдите наименьшее значение  $x$ , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 12 млн. рублей.

**8.** Вклад в размере 5 млн. рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 20% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале второго и третьего годов вклад ежегодно пополняется на  $x$  млн. рублей, где  $x$  – целое число. Найдите наибольшее значение  $x$ , при котором банк за четыре года начислит на вклад меньше 10 млн. рублей.

**9.** В октябре 2015 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  тыс. рублей, где  $S$  – натуральное число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по сентябрь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в октябре каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

месяц и год	октябрь 2015	октябрь 2016	октябрь 2017	октябрь 2018
долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,3S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

**10.** В июне 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере  $S$  тыс. рублей, где  $S$  – натуральное число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по май каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июне каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

месяц и год	июнь 2016	июнь 2017	июнь 2018	июнь 2019	июнь 2020
долг (в млн. руб.)	$S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.