

**А.В. Баскаков, Т.И. Бухарова,
Н.П. Волков, Н.В. Серебрякова**

**Уравнения и неравенства
Тренинг для подготовки к ЕГЭ**

Москва 2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

А.В. Баскаков, Т.И. Бухарова,
Н.П. Волков, Н.В. Серебрякова

Уравнения и неравенства

Тренинг для подготовки к ЕГЭ

*В помощь выпускникам средней школы
и абитуриентам*

Москва 2017

УДК 512.13(075.3)

ББК 22.143я7

У68

Уравнения и неравенства. Тренинг для подготовки к ЕГЭ. В помощь выпускникам средней школы и абитуриентам / А.В. Баскаков, Т.И. Бухарова, Н.П. Волков, Н.В. Серебрякова. М.: НИЯУ МИФИ, 2017. – 64 с.

Сборник задач адресован выпускникам средней школы и абитуриентам для подготовки к ЕГЭ.

Авторы книги – преподаватели кафедры высшей математики НИЯУ МИФИ, также имеющие многолетний опыт работы на подготовительных курсах и в физико-математических школах.

В сборник включены задачи по темам: уравнения и неравенства. Задачи расположены по возрастанию уровня сложности и снабжены ответами. Приведены реальные задания ЕГЭ разных лет, включая 2017 г.

Книга может быть использована как для самостоятельной подготовки, так и на занятиях в школах, подготовительных курсах, занятиях с репетитором.

Рецензент

ISBN

© Национальный исследовательский
ядерный университет «МИФИ», 2017

§ 1. Простейшие уравнения

I. Линейные уравнения

Решить уравнения.

$$\mathbf{1.1.} \frac{4}{5}x = 23\frac{1}{5}.$$

$$\mathbf{1.2.} \frac{3}{5}x = -15\frac{3}{5}.$$

$$\mathbf{1.3.} \frac{6}{7}x = 12\frac{6}{7}.$$

$$\mathbf{1.4.} -\frac{4}{5}x = 21\frac{3}{5}.$$

$$\mathbf{1.5.} -\frac{2}{3}x = -4\frac{2}{3}.$$

$$\mathbf{1.6.} -\frac{7}{8}x = 23\frac{5}{8}.$$

$$\mathbf{1.7.} -\frac{2}{5}x = -11\frac{1}{5}.$$

$$\mathbf{1.8.} -\frac{2}{3}x = 7\frac{1}{3}.$$

$$\mathbf{1.9.} \frac{3}{4}x = 2\frac{1}{4}.$$

$$\mathbf{1.10.} 3\frac{4}{7}x = -2\frac{1}{7}.$$

$$\mathbf{1.11.} -1\frac{7}{11}x = 2\frac{5}{11}.$$

$$\mathbf{1.12.} -1\frac{3}{7}x = 4\frac{2}{7}.$$

$$\mathbf{2.1.} 9x + 6 = 10x.$$

$$\mathbf{2.2.} 8x - 5 = 6x.$$

$$\mathbf{2.3.} 6x = x - 2.$$

$$\mathbf{2.4.} 5x - 3 = -10x.$$

$$\mathbf{2.5.} 2x + 7 = -2x.$$

$$\mathbf{2.6.} -x - 2 = 9x.$$

$$\mathbf{2.7.} -6x - 5 = 4x.$$

$$\mathbf{2.8.} -9x - 8 = -8x.$$

$$\mathbf{2.9.} -x - 7 = -5x.$$

$$\mathbf{2.10.} -2x + 3 = -8x. \quad \mathbf{2.11.} -1 + 2x = 10x + 3. \quad \mathbf{2.12.} 2 + 8x = 3x + 9.$$

$$\mathbf{3.1.} 7(-3 + 2x) = -6x - 1.$$

$$\mathbf{3.2.} 2(7 + 9x) = -6x + 2.$$

$$\mathbf{3.3.} 6(5 - 3x) = -8x - 7.$$

$$\mathbf{3.4.} 6(9 + 4x) = 4x - 4.$$

$$\mathbf{3.5.} 4(2 - 3x) = -7x + 10.$$

$$\mathbf{3.6.} 7(3 - 2x) = 12 - 8x.$$

$$\mathbf{3.7.} -4(5 - 4x) = x + 1.$$

$$\mathbf{3.8.} -6(9 - 5x) = 9x + 9.$$

$$\mathbf{3.9.} -3(1 + 4x) = -4x - 5.$$

$$\mathbf{3.10.} -6(-5 - 7x) = -8x + 2.$$

$$\mathbf{3.11.} 9 + 2(2x + 1) = 1.$$

$$\mathbf{3.12.} 4 + 5(-3x + 7) = -9.$$

$$\mathbf{4.1.} 3x - 2 - 3(x + 5) = -(2 - x) - 5.$$

$$\mathbf{4.2.} x - 1 + (x + 2) = -4(-5 - x) - 5.$$

$$\mathbf{4.3.} -2x + 1 - 3(x - 4) = 4(3 - x) + 4.$$

$$\mathbf{4.4.} -2x + 1 + 5(x - 2) = -4(3 - x) + 1.$$

$$4.5. -5x - 5 + 5(x - 5) = -(-5 - x) - 4.$$

$$4.6. 6x - 8(-7 + 9x) = -2(x + 4).$$

$$5.1. x - \frac{x}{9} = \frac{8}{3}.$$

$$5.2. x - \frac{x}{7} = -\frac{9}{14}.$$

$$5.3. x + \frac{x}{3} = -12.$$

$$5.4. x + \frac{x}{2} = -12.$$

$$5.5. \frac{x}{8} + \frac{x}{11} = -\frac{19}{11}.$$

$$5.6. \frac{x}{6} + \frac{x}{10} = \frac{16}{5}.$$

$$5.7. \frac{x}{5} + \frac{x}{9} = -\frac{14}{15}.$$

$$5.8. \frac{x}{8} + \frac{x}{6} = -\frac{7}{3}.$$

$$5.9. \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + x = -\frac{35}{4}.$$

$$5.10. \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + x = -\frac{5}{3}. \quad 5.11. \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + x = \frac{23}{5}. \quad 5.12. \frac{x}{11} + \frac{x}{2} + x = \frac{35}{22}.$$

$$6.1. 4x + \frac{9 - 3x}{5} = \frac{10 + x}{3}.$$

$$6.2. \frac{1}{17}(x + 1) + \frac{15}{34} = \frac{1}{2}.$$

$$6.3. \frac{x + 0,5}{9} = \frac{x + 2}{2} - \frac{17}{18}.$$

$$6.4. 3 + \frac{4x - 9}{5} = \frac{5x + 9}{6}.$$

$$6.5. \frac{1}{2}(x - 8) + \frac{3}{10} = -0,2.$$

$$6.6. \frac{\frac{7}{3}x + 1}{7} = \frac{\frac{1}{2}x - 1}{21} + \frac{1}{15}.$$

II. Квадратные уравнения

Решить уравнения. Если уравнение имеет более одного корня, указать меньший из них.

$$7.1. \frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}.$$

$$7.2. \frac{5}{18}x^2 = \frac{2}{45}.$$

$$7.3. 2\frac{2}{7}x^2 = 1\frac{2}{7}.$$

$$7.4. \frac{2}{9}x^2 = 1\frac{1}{8}.$$

$$7.5. 4\frac{10}{11}x^2 = 37\frac{1}{8}.$$

$$7.6. \frac{4}{9}x^2 = 1\frac{1}{2}.$$

$$7.7. 1\frac{17}{18}x^2 = 11\frac{1}{5}.$$

$$7.8. \frac{2}{13}x^2 = 1\frac{5}{8}.$$

$$7.9. 5\frac{5}{6}x^2 = \frac{21}{10}.$$

$$8.1. x^2 + 9x + 14 = 0.$$

$$8.2. x^2 + 12x + 32 = 0.$$

$$8.3. 2x^2 - 33x + 136 = 0.$$

$$8.4. 2x^2 - 27x + 88 = 0.$$

$$8.5. 2x^2 - 23x + 65 = 0.$$

$$8.6. 2x^2 - x - 55 = 0.$$

$$\mathbf{8.7.} \ 2x^2 + 13x + 15 = 0. \quad \mathbf{8.8.} \ x^2 - 18x + 80 = 0. \quad \mathbf{8.9.} \ x^2 + 5x - 14 = 0.$$

$$\mathbf{9.1.} \ (2x+3)^2 + (x-2)^2 = 13. \quad \mathbf{9.2.} \ (2x+7)(7-2x) = 49 + x(x-2).$$

$$\mathbf{9.3.} \ (x-6)^2 = -24x. \quad \mathbf{9.4.} \ (3x-2)^2 - (x+1)^2 = 7.$$

$$\mathbf{9.5.} \ (x+3)(2-3x) = 13 - (x-2)(2x+1).$$

$$\mathbf{9.6.} \ (2x+5)^2 - 2(x+1)^2 = 9. \quad \mathbf{9.7.} \ x(x+2) + 4x(x-1) = 3(2x-1).$$

$$\mathbf{9.8.} \ 2(x^2 - 1) = 3 - x(2x+1).$$

$$\mathbf{9.9.} \ (5x-1)^2 - (3x+2)^2 + (x-1)(x+1) = x-4.$$

$$\mathbf{9.10.} \ -2x^2 + 3x - 4 = -x^2 - x + (2 - x^2).$$

III. Дробно-линейные уравнения

Решить уравнения. Если уравнение имеет более одного решения, указать меньшее из них.

$$\mathbf{10.1.} \ \frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2}. \quad \mathbf{10.2.} \ \frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-1}. \quad \mathbf{10.3.} \ \frac{1}{5-4x} = \frac{1}{3}.$$

$$\mathbf{10.4.} \ \frac{3}{5+2x} = \frac{1}{4+3x}. \quad \mathbf{10.5.} \ \frac{3}{2x+2} = \frac{1}{4}. \quad \mathbf{10.6.} \ \frac{2}{3x+5} = \frac{4}{9x+1}.$$

$$\mathbf{10.7.} \ \frac{x-13}{x+5} = -2. \quad \mathbf{10.8.} \ \frac{x+84}{x-6} = -4. \quad \mathbf{10.9.} \ \frac{x-19}{x+5} = 4.$$

$$\mathbf{10.10.} \ \frac{x-40}{x+5} = -4. \quad \mathbf{10.11.} \ \frac{x-109}{x+5} = -5. \quad \mathbf{10.12.} \ \frac{x+13}{x+6} = 2.$$

$$\mathbf{11.1.} \ x = \frac{8x-35}{x-4}. \quad \mathbf{11.2.} \ x = \frac{9x+15}{x+11}. \quad \mathbf{11.3.} \ x = \frac{-3x-16}{x-13}.$$

$$\mathbf{11.4.} \ x = \frac{2x+18}{x-1}. \quad \mathbf{11.5.} \ -x = \frac{x+6}{x+4}. \quad \mathbf{11.6.} \ -x = \frac{6x-63}{x-4}.$$

$$\mathbf{12.1.} \ \frac{x^2 - 2x - 15}{x+3} = 0. \quad \mathbf{12.2.} \ \frac{2x^2 - 17x - 19}{x+1} = 0.$$

$$\mathbf{12.3.} \ \frac{4x^2 - x - 95}{4x+19} = 0. \quad \mathbf{12.4.} \ \frac{x^2 + 4x + 3}{x+3} = 0.$$

$$12.5. \frac{4x - 3x^2 + 4}{3x + 2} = 0.$$

$$12.7. \frac{8}{x^2 + x - 4} = 1.$$

$$12.9. \frac{2}{2x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{11}.$$

$$12.6. \frac{16 - 9x^2 - 7x}{9x + 16} = 0.$$

$$12.8. \frac{11}{2x^2 + 5x - 7} = 1.$$

$$12.10. \frac{8}{x^2 - 7x + 4} = \frac{1}{8}.$$

Решить уравнения. Если уравнение имеет более одного корня, указать большее из них.

$$13.1. \frac{2x - 18}{x^2 - 13x + 36} = 1.$$

$$13.3. \frac{2 - 3x}{3x^2 + x - 2} = \frac{1}{2}.$$

$$13.5. \frac{3x^2 + 5x}{3x + 2} + 1 = \frac{-2}{2 + 3x}.$$

$$13.7. \frac{x^2 - 4x}{x - 3} - 1 = \frac{3}{3 - x}.$$

$$14.1. \frac{3}{x} = \frac{2}{3 - x}.$$

$$14.3. \frac{4}{3x - 1} = \frac{3}{2x + 5}$$

$$14.5. \frac{3}{4x + 1} = \frac{2}{3(x - 2)}.$$

$$14.7. \frac{2x + 1}{3 - x} = \frac{4 - x}{x + 1}.$$

$$14.9. \frac{3x + 5}{2x + 1} = \frac{13 - x}{x + 2}.$$

$$13.2. \frac{x^2 + 2x - 15}{3x - 9} = -2.$$

$$13.4. \frac{x^2 + 9x + 18}{2x + 6} = 1,5.$$

$$13.6. \frac{2x^2 - 3x}{2x - 1} - 1 = \frac{1}{1 - 2x}.$$

$$13.8. \frac{2(x - 1)}{x} - 2x = \frac{x - 3}{x}.$$

$$14.2. \frac{5}{2x - 1} = \frac{8}{3x + 2}.$$

$$14.4. \frac{2}{3x - 4} = \frac{3}{5x + 4}.$$

$$14.6. \frac{2}{5 - 2x} = \frac{3}{2(x + 4)}.$$

$$14.8. \frac{3x + 2}{x + 3} = \frac{4x}{3x - 1}.$$

$$14.10. \frac{2x - 3}{x + 4} = \frac{4x - 6}{5x - 1}.$$

IV. Иррациональные уравнения

Решить уравнения.

$$15.1. \sqrt{-9+9x} = 3 . \quad 15.2. \sqrt{44+x} = 6 . \quad 15.3. \sqrt{13-2x} = 5 .$$

$$15.4. \sqrt{-32+4x} = 2 . \quad 15.5. \sqrt{31+9x} = 2 . \quad 15.6. \sqrt{69-4x} = 9 .$$

$$15.7. \sqrt{18+9x} = 6 . \quad 15.8. \sqrt{73-4x} = 9 . \quad 15.9. \sqrt{100-19x} = 9 .$$

$$15.10. \sqrt{88+7x} = 9 . \quad 15.11. \sqrt{37-4x} = 3 . \quad 15.12. \sqrt{32+x} = 5 .$$

Решить уравнения. Если уравнение имеет более одного решения, указать меньшее из них.

$$16.1. \sqrt{x^2 + 3x + 6} = 2 .$$

$$16.2. \sqrt{4x - x^2 + 5} = 3 .$$

$$16.3. \sqrt{7x - x^2} = \sqrt{6} .$$

$$16.4. \sqrt{7 - 2x^2 - 5x} = 2 .$$

$$16.5. \sqrt{4x^2 - 5x} = \sqrt{6} .$$

$$16.6. \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 5 .$$

$$17.1. \sqrt[3]{2x-5} = 3 . \quad 17.2. \sqrt[3]{3x+4} = -2 . \quad 17.3. \sqrt[3]{3-x} = 1 .$$

$$17.4. \sqrt[4]{3-2x} = 3 . \quad 17.5. \sqrt[3]{5x+4} = -1 . \quad 17.6. \sqrt[4]{2x+6} = 2 .$$

$$18.1. \sqrt{-72-17x} = -x .$$

$$18.2. \sqrt{17x+84} = x .$$

$$18.3. \sqrt{42-13x} = -2x .$$

$$18.4. \sqrt{63-9x} = 2x .$$

$$18.5. \sqrt{120-19x} = -x .$$

$$18.6. \sqrt{164-5x} = 3x .$$

$$19.1. \sqrt{\frac{1}{207-2x}} = \frac{1}{13} .$$

$$19.2. \sqrt{\frac{x}{17x+13}} = \frac{2}{9} .$$

$$19.3. \sqrt{\frac{x-5}{2x+37}} = \frac{1}{7} .$$

$$19.4. \sqrt{\frac{3x-5}{150x-9}} = \frac{2}{21} .$$

$$19.5. \sqrt{\frac{1}{7x+1}} = \frac{2}{5} .$$

$$19.6. \sqrt{\frac{1}{6x+1}} = \frac{5}{11} .$$

V. Показательные и логарифмические уравнения

Решить уравнения.

$$20.1. \left(\frac{1}{5}\right)^{-5+x} = 125. \quad 20.2. \left(\frac{1}{8}\right)^{3-x} = 64. \quad 20.3. \left(\frac{1}{5}\right)^{4-2x} = 25.$$

$$20.4. \left(\frac{1}{7}\right)^{2+x} = 49. \quad 20.5. \left(\frac{1}{4}\right)^{5+x} = 16. \quad 20.6. \left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = 81.$$

$$20.7. \left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 16^x. \quad 20.8. \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} = 2^x. \quad 20.9. \left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = 27^x.$$

$$20.10. \left(\frac{1}{4}\right)^{x-7} = 64^x. \quad 20.11. \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2} = 125^x. \quad 20.12. \left(\frac{1}{6}\right)^{x+1} = 216^x.$$

$$21.1. 3^x = \sqrt{3}. \quad 21.2. 4^x = 2\sqrt{2}. \quad 21.3. 9^x = 27\sqrt{3}.$$

$$21.4. 2^x = 512\sqrt{2}. \quad 21.5. 2^{x+1} \cdot 5^x = 200. \quad 21.6. 3^{x-5} = \frac{1}{9}.$$

$$21.7. 2^{3x-1} = 4^x. \quad 21.8. 8^{2-3x} = 4^{3+x}. \quad 21.9. \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} = 64^{3-x}.$$

$$21.10. 25^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{4x+3}. \quad 21.11. 16^{x+3} = 8^{x-2}. \quad 21.12. 27^{2x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+4}.$$

$$22.1. 3^{x+2} - 3^x = 216. \quad 22.2. 5^{x+2} + 11 \cdot 5^x = 180.$$

$$22.3. 3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 39.$$

$$22.5. 9^{x+1} - 3^{2x+1} + 3^{2x+3} = 33.$$

$$22.4. 4^{x+1} - 2^{2x-3} = 62.$$

$$22.6. 5^{2x-1} + 25^{x+1} = 126.$$

$$23.1. \log_7(x-4) = 3.$$

$$23.2. \log_5(4+x) = 3.$$

$$23.3. \log_8(-1+x) = 1.$$

$$23.4. \log_7(1+x) = 2.$$

$$23.5. \log_8(5-x) = 2.$$

$$23.6. \log_7(-3+x) = 1.$$

$$23.7. \log_3(-5-x) = 1.$$

$$23.8. \log_7(-2-x) = 3.$$

$$23.9. \log_4(-3+x) = 3.$$

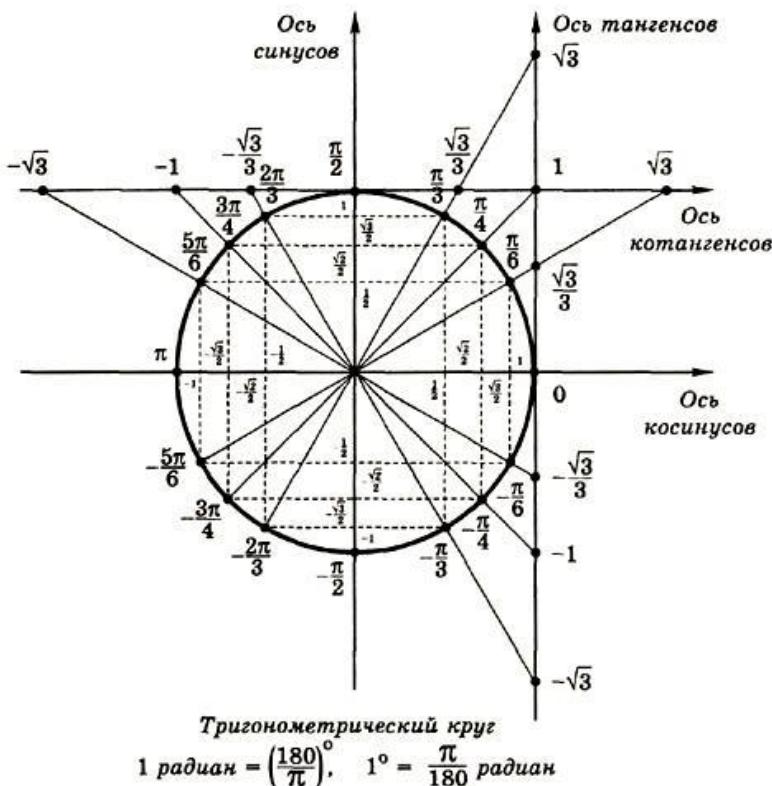
$$23.10. \log_5(4-x) = 3.$$

- 23.11.** $\log_6(-5-x)=1$. **23.12.** $\log_8(4-x)=2$.
- 24.1.** $\log_{\sqrt{2}}(x+2)=4$.
- 24.3.** $\log_{\sqrt{3}}(x-16)=6$.
- 24.5.** $\log_{1/3}(x-1)=-2$.
- 24.2.** $\log_{1/2}(3-5x)=-2$.
- 24.4.** $\log_{\sin \pi/4}(8-5x)=-4$.
- 24.6.** $\log_{\sqrt{2}}(x+2)=4$.
- 25.1.** $\log_{16}x + \log_4x + \log_2x = 7$.
- 25.2.** $\log_{\sqrt[3]{3}}x + \log_{\sqrt{3}}x + 3\log_9x = 26$.
- 25.3.** $\log_{125}x - 2\log_{25}x + 3\log_5x = 7$.
- 25.4.** $\log_{1/9}x + 2\log_{1/3}x + \log_9x = -6$.
- 25.5.** $4\log_3x - \log_{1/3}x + 2\log_{\sqrt{3}}x = 9$.
- 25.6.** $\log_{1/8}x + 5\log_4x + \log_{\sqrt{2}}x = 16\frac{2}{3}$.

§ 2. Тригонометрические уравнения

Тригонометрические формулы

Для решения задач данной темы необходимо вспомнить тригонометрический круг и некоторые формулы, чаще всего используемые при тождественных преобразованиях.



I. Знаки тригонометрических функций по квадрантам

Функция	1-я четверть (0–90°)	2-я четверть (90–180°)	3-я четверть (180–270°)	4-я четверть (270–360°)
Синус	+	+	–	–
Косинус	+	–	–	+
Тангенс	+	–	+	–
Котангенс	+	–	+	–

Перед результатом ставится знак «+» или «–» по таблице.

II. Формулы приведения

Функция	$-\alpha$	$90^\circ \pm \alpha$	$180^\circ \pm \alpha$	$270^\circ \pm \alpha$	$360^\circ \pm \alpha$
\sin	$-\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
\cos	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$+\cos \alpha$
\tg	$-\tg \alpha$	$\mp \ctg \alpha$	$\pm \tg \alpha$	$\mp \ctg \alpha$	$\pm \tg \alpha$
\ctg	$-\ctg \alpha$	$\mp \tg \alpha$	$\pm \ctg \alpha$	$\mp \tg \alpha$	$\pm \ctg \alpha$

III. Тригонометрические функции основных углов

Функция	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
\sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
\cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
\tg	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
\ctg	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	–	0	–

IV. Соотношения между тригонометрическими функциями одного угла

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \\ \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= 1; \quad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}; \\ 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha &= \sec^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.\end{aligned}$$

V. Формулы тригонометрических функций суммы и разности углов

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

VI. Тригонометрические функции двойного и тройного угла

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha;$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1;$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2};$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha; \quad \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha.$$

VII. Тригонометрические функции половинного угла

$$\begin{aligned}\sin \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{2}} ; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{2}} ; \\ \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1-\cos \alpha}{1+\cos \alpha}} ; \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1+\cos \alpha} = \frac{1-\cos \alpha}{\sin \alpha} ; \\ \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{1-\cos \alpha} = \frac{1+\cos \alpha}{\sin \alpha} ; \\ \sin \alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} ; \quad \cos \alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} .\end{aligned}$$

VIII. Формулы преобразования суммы (разности) тригонометрических функций в произведение

$$\begin{aligned}\sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} ; \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} ; \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2} ; \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} ; \\ 1 + \cos \alpha &= 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} ; \quad 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} .\end{aligned}$$

IX. Формулы преобразования произведений тригонометрических функций в сумму

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)] ;$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)];$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)].$$

Вспомогательные задачи

X. Простейшие уравнения

Решить уравнения.

$$1.1. \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$1.2. \cos x = -\frac{1}{2}.$$

$$1.3. \operatorname{tg} x = -1.$$

$$1.4. \operatorname{ctg} x = \sqrt{3}.$$

$$1.5. \sin x = \pi/2.$$

$$1.6. \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$1.7. \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}.$$

$$1.8. \operatorname{ctg} x = 0.$$

$$1.9. \sin x = -1.$$

$$1.10. \cos x = -\frac{2}{3}.$$

$$1.11. \operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$1.12. \operatorname{ctg} x = 1.$$

$$1.13. \sin x = 0.$$

$$1.14. \cos x = 0.$$

$$1.15. \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}.$$

$$1.16. \sin 2x = -\frac{1}{2}.$$

$$1.17. \cos 3x = 0.$$

$$1.18. \operatorname{tg} \frac{x}{2} = -1.$$

$$1.19. \operatorname{ctg} \frac{x}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$1.20. \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1.$$

$$1.21. \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$1.22. \operatorname{tg} \left(x + \frac{5\pi}{6} \right) = 0.$$

$$1.23. \operatorname{ctg} \left(x - \frac{3\pi}{4} \right) = -1.$$

$$1.24. \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{1}{2}.$$

$$1.25. \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = -1.$$

$$1.26. \operatorname{tg} \left(3x - \frac{\pi}{2} \right) = 0.$$

$$1.27. \operatorname{ctg} \left(\frac{x}{5} + \arcsin \frac{1}{3} \right) = \sqrt{3}.$$

XI. Разложение на множители

Решить уравнения.

$$2.1. \left(\cos x + \frac{1}{2}\right)(\operatorname{tg} x - 2) = 0. \quad 2.2. \left(2\sin x + \sqrt{3}\right)\operatorname{ctg} 2x = 0.$$

$$2.3. 2\sin^2 x + \sin x = 0.$$

$$2.4. \operatorname{tg} x + 2\sin x = 0.$$

$$2.5. \sqrt{3}\operatorname{ctg} x - 2\cos x = 0.$$

$$2.6. \sin 2x - 2\sin x + \cos x - 1 = 0.$$

$$2.7. \sin 2x - 2\cos x + \sqrt{3}\sin x - \sqrt{3} = 0.$$

$$2.8. \sin 2x + 2\sin x + \sqrt{3}\cos x + \sqrt{3} = 0.$$

$$2.9. \sin x - \sqrt{3}\cos x - \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0.$$

$$2.10. \sin 2x \sin x - 0,5\sin x - \sin 2x = -\frac{1}{2}.$$

$$2.11. 4\operatorname{ctg} x + 8\cos x - 2\sin x - 1 = 0.$$

$$2.12. 5\operatorname{tg} x - 15\sin x - 3\cos x + 1 = 0.$$

$$2.13. \sin 2x + \cos x - 4\sin x - 2 = 0.$$

XII. Уравнения, сводящиеся к квадратным

Решить уравнения.

$$3.1. \operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - 3 = 0. \quad 3.2. 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0.$$

$$3.3. 2\cos^2 x = 3\sin x.$$

$$3.4. 2\cos^2 x + 4\cos x = 3\sin^2 x.$$

$$3.5. \cos x + 2\cos 2x = 1.$$

$$3.6. 6\cos^2 x - 13\sin x - 13 = 0.$$

$$3.7. \cos 2x + 3\cos x + 2 = 0.$$

$$3.8. 3 + 5\sin 2x = \cos 4x.$$

$$3.9. 2\cos^2 x = 12 - 21\sin x.$$

$$3.10. \operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = -4.$$

$$3.11. 6\cos^2 x = 9\cos x - 4\sin^2 x. \quad 3.12. \cos 2x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0.$$

$$3.13. 2\cos^2 x - 11\sin x - 7 = 0.$$

$$3.14. 2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0.$$

$$3.15. 2\sin^2 x - 5\cos x + 1 = 0.$$

$$3.16. \sin^2 5x + 4\cos 5x = 4.$$

$$3.17. 5 + 2\cos 2x - 4\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$3.18. 3\cos 2x - (2 + 3\sqrt{3})\cos x + 3 + \sqrt{3} = 0.$$

$$3.19. 4\cos 2x - 2(1 + 2\sqrt{2})\cos x + 4 + \sqrt{2} = 0.$$

$$3.20. 2\sin^2\left(\frac{x}{3}\right) - 9\cos\left(\frac{x}{3}\right) + 3 = 0.$$

XIII. Однородные уравнения

Решить уравнения.

$$4.1. \sqrt{3}\sin x - \cos x = 0.$$

$$4.2. \sin x + \cos x = 0.$$

$$4.3. \sqrt{3}\cos x + \sin x = 0.$$

$$4.4. \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 0.$$

$$4.5. 5\sin x - 3\cos x = 0.$$

$$4.6. 3\cos x + 2\sin x = 0.$$

$$4.7. \sin^2 x - 10\sin x \cos x + 21\cos^2 x = 0.$$

$$4.8. \sin^2 x + 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0.$$

$$4.9. \cos^2 x + 4\sin^2 x + 2\sin 2x = 0.$$

$$4.10. 4\cos^2 x + 2\sin^2 x = 3\sin 2x.$$

$$4.11. 5\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 5\cos^2 x = 2.$$

$$4.12. 3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 3.$$

$$4.13. 3\sin^2 x + 5\cos^2 x - 2\cos 2x + 4\sin 2x = 0.$$

$$4.14. 2\sin^2 x - \sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2.$$

$$4.15. \sin^2 x - 30\sin x \cos x + 25\cos^2 x = 25.$$

$$4.16. (\sin x + 2\cos x)(3\sin x + \cos x) = \sin 2x.$$

$$4.17. 5 - 4\sin^2 x = 5\cos^2 x.$$

$$4.18. 3\sin^2 x + \sin 2x = 2.$$

$$4.19. \sqrt{3}\sin^2 x - \sin 2x = \sqrt{3}\cos^2 x.$$

XIV. Уравнения, содержащие четные степени синусов и косинусов

Решить уравнения.

$$5.1. \sin^2 x = \frac{1}{4}.$$

$$5.2. 4\cos^2 x = 3.$$

$$5.3. \sin^2 x = 1.$$

$$5.4. 4\sin^2 x = 3.$$

$$5.5. 2\cos^2 x = 1.$$

$$5.6. \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}.$$

$$5.7. \cos^2 \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = 1.$$

$$5.8. 2\cos 3x \sin x + 2\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = 1.$$

$$5.9. \sin^2 4x + \sin^2 2x = \frac{9}{16}.$$

$$5.10. \sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}.$$

$$5.11. \sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}.$$

$$5.12. \operatorname{tg}^2 x = 12\cos^2 x.$$

XV. Уравнения, при решении которых используются формулы для $\sin\alpha \pm \sin\beta$, $\cos\alpha \pm \cos\beta$

Решить уравнения.

$$6.1. \sin 5x = \sin 3x.$$

$$6.2. \cos 6x + \cos 4x = 0.$$

$$6.3. \sin 7x + \sin x = 0.$$

$$6.4. \cos 10x - \cos 4x = 0.$$

$$6.5. \sin 3x - \cos 5x = 0.$$

$$6.6. \sin 2x + \cos 6x = 0.$$

$$6.7. \cos 3x + \sin \left(9x + \frac{3\pi}{2} \right) = 0.$$

$$6.8. \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0.$$

$$6.9. \cos x + \cos 4x + \cos 7x = 0.$$

$$6.10. \sin 2x = \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right).$$

$$6.11. \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \cos \frac{\pi}{5}.$$

$$6.12. \cos 2x = \sin \left(\frac{\pi}{3} + x \right).$$

XVI. Уравнения, при решении которых используются формулы приведения

Решить уравнения.

$$7.1. 4\cos^2(x + \pi) + 4\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3 = 0.$$

$$7.2. \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(2\pi - x).$$

$$7.3. \cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right) + \sin x = 2\cos 3x.$$

$$7.4. \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0.$$

$$7.5. \cos(x + \pi) - \sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0.$$

$$7.6. \cos\left(\frac{5\pi}{2} + 6x\right)\cos 3x = \sin x \cos 3x.$$

$$7.7. \cos 3x - \sin\left(7x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos 5x.$$

$$7.8. \operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) + 3\operatorname{tg} x + 4 = 0.$$

XVII. Уравнения, решаемые преобразованием производной тригонометрических выражений в сумму

Решить уравнения.

$$8.1. \sin 2x \sin 6x = \cos x \cos 3x. \quad 8.2. \sin x \sin 3x + \sin 4x \sin 8x = 0.$$

$$8.3. \cos 3x \sin 7x = \cos 2x \sin 8x. \quad 8.4. \sin 5x \cos 3x = \sin 2x \cos 6x.$$

$$8.5. \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 1.$$

$$8.6. \sin \frac{15}{7}x \cos \frac{8}{7}x - \cos \frac{15}{7}x \sin \frac{8}{7}x = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$8.7. \cos 6x \cos 5x + \sin 6x \sin 5x = -1.$$

$$8.8. \sin 3x \cos 5x + \sin 5x \cos 3x = 0,5$$

XVIII. Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = c$. Метод введения вспомогательного аргумента

Решить уравнения.

$$9.1. \sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$9.2. \sin x - \cos x = 1.$$

$$9.3. \sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}.$$

$$9.4. \sin x - \sqrt{3} \cos x = 1.$$

$$9.5. \sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3}.$$

$$9.6. \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}.$$

$$9.7. \sqrt{3} \sin x - 3 \cos x = 3.$$

$$9.8. 3 \sin x - 4 \cos x = 5.$$

$$9.9. 2 \sin 17x + \sqrt{3} \cos 5x + \sin 5x = 0.$$

$$9.10. (\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x)^2 - 5 = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right).$$

$$9.11. \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 5 \cos x + 5\sqrt{3} \sin x - 6 = 0.$$

XIX. Уравнения вида $F(\sin x \pm \cos x, \sin x \cos x) = 0$

Решить уравнения.

$$10.1. 1 - \sin 2x = \cos x - \sin x.$$

$$10.2. \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1 + 2 \sin 2x.$$

$$10.3. \sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x) = 3 - \sin 4x.$$

$$10.4. 2 \cos 4x + 7(\sin x + \cos x)^2 + 2 = 0.$$

$$10.5. 1 + 5 \sin x = 3 \sin 2x + 5 \cos x.$$

$$10.6. 7 \sin 2x + 15 \sin x = 9 + 15 \cos x.$$

$$10.7. \sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x) = 3 - \sin 4x.$$

**Задачи с выбором корней,
или принадлежащих промежутку, или удовлетворяющих
дополнительным условиям**

XX. Простейшие уравнения

11.1. а) Решить уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

б) Указать корни, удовлетворяющие условию $x \in \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

11.2. а) Решить уравнение $\sin x = -\frac{1}{2}$.

б) Указать корни, удовлетворяющие условию $\operatorname{tg} x > 0$.

11.3. а) Решить уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

б) Указать корни, удовлетворяющие условию $x \in \left(-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

11.4. а) Решить уравнение $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in [-\pi; \pi]$.

11.5. а) Решить уравнение $\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 3 = 0$.

б) Указать корни, удовлетворяющие условию $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

11.6. а) Решить уравнение $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\pi x - \frac{\pi}{5}\right) = 1$.

б) Указать корни, удовлетворяющие условию $-2 < x < 1$.

11.7. Найти число корней уравнения $\sin^2 2x = \frac{3}{4}$, удовлетворяющих условию $x \in (0^\circ; 45^\circ)$.

XXI. Уравнения, сводящиеся к квадратным

12.1. а) Решить уравнение $6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in [-\pi; 2\pi]$.

12.2. а) Решить уравнение $6\sin^2 x + \cos x - 5 = 0$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in [2\pi; 3\pi]$.

12.3. а) Решить уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

12.4. а) Решить уравнение $\cos 2x + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

12.5. а) Решить уравнение $7\tg^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

XXII. Однородные уравнения

13.1. а) Решить уравнение

$$\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right) = 0.$$

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

13.2. а) Решить уравнение $\cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right)^2 - 1$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

13.3. а) Решить уравнение $\cos 2x + 2\cos^2 x - \sin 2x = 0$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

XXIII. Уравнения, решаемые разложением на множители

14.1. а) Решить уравнение $\sin 2x = \cos x$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

14.2. а) Решить уравнение $5\sin^2 2x + 8\cos^3 x = 8\cos x$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$.

14.3. а) Решить уравнение $6\sin x \cos x + \sin 2x \sin \frac{2}{x} = 0$.

б) Найти корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in [-2; 3]$.

14.4. а) Решить уравнение $2\sin 2x - 4\cos x - \sin x + 1 = 0$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14.5. а) Решить уравнение $\sqrt{3}\sin x - \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} x \sin x = \sqrt{3}$.

б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

14.6. а) Решить уравнение $\cos 2x = \cos x - \sin x$.

б) Указать корни, удовлетворяющие условию $\cos x < 0$.

14.7. а) Решить уравнение $\cos 6x = \cos 3x$.
 б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in [0; \pi]$.

14.8. а) Решить уравнение $\sin x = \cos 7x$.
 б) Указать корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$.

XXIV. Уравнения, в которых имеются ограничения, связанные с областью определения

Решить уравнения.

$$15.1. \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} = \sqrt{2} .$$

$$15.2. \frac{\cos 3x}{\cos x} = 0 .$$

$$15.3. \frac{\cos 3x}{\sin 2x} = -\frac{3}{2} .$$

$$15.4. \frac{\sin x + 0,5}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0 .$$

$$15.5. \frac{\sin x + \frac{3}{5}}{\cos x - \frac{5}{4}} = 0 .$$

$$15.6. \frac{\cos x - \frac{5}{13}}{\sin x - \frac{12}{13}} = 0 .$$

$$15.7. \frac{2 - 3\sin x - \cos 2x}{6x^2 - \pi x - \pi^2} = 0 .$$

$$15.8. \frac{10\cos^2 x - 3\cos x - 1}{2\sin x - \sqrt{3}} = 0 .$$

$$15.9. \frac{\cos 2x \cos 8x - \cos 10x}{\cos x + 1} = 0 .$$

$$15.10. \frac{\sin 3x \sin 5x + \cos 8x}{\sin x + 1} = 0 .$$

$$15.11. \frac{1 + 2\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x + \sin 2x}{2\sin x \cos x - 1} = 1 .$$

$$15.12. \frac{6\sin x - 2\cos 2x - 4\cos^2 x - 3}{\sqrt{7}\sin x - 3\cos x} = 0 .$$

$$15.13. (\sin x + \cos x) \sqrt{3x - x^2} = 0 .$$

$$15.14. \frac{1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 .$$

$$15.15. \sqrt{x-2\pi} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0. \quad 15.16. \frac{\operatorname{ctg}\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right)}{\sqrt{(x+\pi)(\pi-2x)}} = 0.$$

$$15.17. (\cos 3x - 1)\sqrt{6+5x-x^2} = 0.$$

$$15.18. \sqrt{30-x-20x^2} (\cos 6\pi x + \cos 2\pi x) = 0.$$

$$15.19. \sqrt{\frac{x-3}{1-x}} (\cos 4x + \sin 3x - \cos 2x) = 0.$$

$$15.20. \frac{2\sin^2 2\pi x + 3\cos 4\pi x}{\sqrt{x-3}} = 0.$$

$$15.21. \sqrt{\cos x} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0. \quad 15.22. \sqrt{-\operatorname{tg} x} \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$$

$$15.23. \sqrt{-\sin x} (\sin x - \sqrt{3} \cos x) = 0.$$

$$15.24. \sqrt{\operatorname{ctg} x} \left(\sin^2 x - \frac{1}{4}\right) = 0.$$

$$15.25. \sqrt{\sin x - \cos x} (\operatorname{ctg} x - \sqrt{3}) = 0.$$

$$15.26. \sqrt{13-18\operatorname{tg} x} = 6\operatorname{tg} x - 3.$$

$$15.27. \sqrt{6-\sin x - 7\cos^2 x} + \sin x = 0.$$

$$15.28. \sqrt{\frac{\cos x + 2}{2}} = -\sin x. \quad 15.29. \sqrt{\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x + 1} = \cos x.$$

$$15.30. \sqrt{\sin^2 x + 3\sin x - \frac{17}{9}} = -\cos x.$$

XXV. Уравнения, содержащие знак модуля

Решить уравнения.

$$16.1. |\sin x| = 2 \cos x .$$

$$16.2. |\sin x - \cos x| = 1 - \sin 2x .$$

$$16.3. \left| \cos^2 \frac{x}{2} - \frac{2}{5} \right| = 5 \cos x + 1 .$$

$$16.4. 1 + 2|\cos x| \sin x = 0 .$$

$$16.5. |\cos x + \cos 3x| = -\cos 2x .$$

$$16.6. \sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} \cos x = \frac{1}{2\sqrt{2}} .$$

$$16.7. \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = -\cos x + 8 \sin(x - \pi) .$$

$$16.8. \sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2} (1 - \cos x)} = -\sin(-x) - 5 \cos x .$$

В уравнениях 16.9–16.11 найти наибольшее решение, принадлежащее отрезку $[\pi; 2\pi]$.

$$16.9. \sqrt{2} \sin x + \frac{\cos x}{|\cos x|} = 0 .$$

$$16.10. 2 \cos x + \frac{\sin x}{|\sin x|} = 0 .$$

$$16.11. 2 \cos x + \frac{3 \sin x}{|\sin 2x|} = 0 .$$

XXVI. Показательные и логарифмические уравнения, содержащие тригонометрические выражения

Решить уравнения.

$$17.1. 2 \cdot 2^{2 \cos x} - 3 \cdot 2^{\cos x} + 1 = 0 .$$

$$17.2. 3 \cdot 3^{2 \sin x} - 10 \cdot 3^{\sin x} + 3 = 0 .$$

$$17.3. 4^{2 \cos^2 x} + 12 \cdot 16^{\cos 2x} - 5 = 0 .$$

$$17.4. 4^{3-2 \cos 2x} - 2 = 7 \cdot 16^{\sin^2 x} .$$

$$17.5. 8 \cdot 16^{\cos x} - 6 \cdot 4^{\cos x} + 1 = 0 .$$

$$17.6. 9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0 .$$

17.7. а) решить уравнение $16^{\cos x} + 16^{\cos(x+\pi)} = \frac{17}{4}$.

б) Найти корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$.

17.8. а) Решить уравнение $9^{\sin x} + 9^{\sin(x+\pi)} = \frac{10}{3}$.

б) Найти корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

17.9. а) Решить уравнение $49^{\sin x} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2\sin 2x}$.

б) Найти корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

17.10. а) Решить уравнение $2^{4\sqrt{3}\sin x} = 2^{-4\sin 2x}$.

б) Найти корни уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 4\pi\right]$.

17.11. а) Решить уравнение $\left(\frac{1}{49}\right)^{\cos x} = 7^{\sqrt{2}\sin 2x}$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

17.12. а) Решить уравнение $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\cos x} = 5^{\sqrt{3}\sin 2x}$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

$$17.13. 25^{\sqrt{3} \cos\left(\frac{x+3\pi}{2}\right)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2 \cos(x+\pi)} . \quad 17.14. 81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30.$$

$$17.15. \frac{16^{\sin^2 x} - 4^{\sin x}}{\sqrt{\cos x} - 1} = 0.$$

17.16. а) Решить уравнение

$$\begin{aligned} -21 \cos\left(\frac{4\pi}{67}\right) - 20 \sin\left(\frac{-36\pi}{31}\right) + 16^{\sin x - 0,25} - 3 \cdot 4^{\sin x - 0,5} + 1 = \\ = -21 \cos\left(\frac{4\pi}{67}\right) - 20 \sin\left(-\frac{36\pi}{31}\right). \end{aligned}$$

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right].$

17.17. а) Решить уравнение $\log_5 (\cos x - \sin 2x + 25) = 2$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right].$

17.18. а) Решить уравнение $\log_8 (7\sqrt{3} \sin x - \cos 2x - 10) = 0$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right].$

17.19. а) Решить уравнение $\log_{13} (\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8) = 0$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right].$

17.20. а) Решить уравнение $\log_4 (2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию
 $x \in \left[\pi; \frac{7\pi}{2}\right].$

17.21. а) Решить уравнение $\log_9(3^{2x} + 5\sqrt{2}\sin x - 6\cos^2 x - 2) = x$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

17.22. а) Решить уравнение $4\log_9(2\cos x) - 5\log_9(2\cos x) + 1 = 0$.

б) Найти решения уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

17.23. а) Решить уравнение $3\log_8(\sin x) - 5\log_8(\sin x) - 2 = 0$.

б) Найти корни уравнения, удовлетворяющие условию $x \in \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решить уравнения.

17.24. $\log_3(-\sin 2x) - \log_3(\cos x) = 0$.

17.25. $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{\sqrt{-\cos x}} = 0$.

17.26. $(2\sin^2 x + 11\sin x + 5)\log_{15}(-\cos x) = 0$.

17.27. $\lg \sin x = \lg \cos x + \lg 2$.

17.28. $\log_3 \sin x + \log_{1/3}(-\cos x) = \frac{1}{2}$.

17.29. $\log_2 \sin 2x + \log_{1/2} \cos x = \frac{1}{2}$.

17.30. $1 + \lg_3(5\cos^2 x - 3\cos x - 1) = \log_3(1 - 2\cos x)$.

17.31. $\log_2(15\sin^2 x + 7\sin x) = 1 + \log_2(3\sin x + 1)$.

17.32. $\log_{\frac{x+2}{2-x}}\left(\frac{\cos x - 2\sin 3x}{\sin x}\right) = \frac{1}{2\log_3\frac{x+2}{2-x}}$.

$$\mathbf{17.33.} \log_{\frac{3+2x-x^2}{17}}\left(\frac{\sin x + \sqrt{3}\cos x}{\sin 3x}\right) = \frac{1}{\log_2(3+2x-x^2)}.$$

$$\mathbf{17.34.} \log_{\frac{-x^2-8x}{17}}(\sin 2x - 1 - \sqrt{3}(\cos x - \sin x)) = \log_{\frac{-x^2-8x}{17}}(-\cos 2x).$$

$$\mathbf{17.35.} \log_{\frac{7x-x^2}{25}}(1 - \sin 2x - \sin x + \cos x) = \log_{\frac{7x-x^2}{25}}(\cos 2x).$$

$$\mathbf{17.36.} \log_{\left[-\sqrt{2}\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\right]}(1 - \sin x - \cos x) = 1.$$

$$\mathbf{17.37.} \sqrt{\pi^2 - 4x^2} \left(\log_{\sin x} \left(\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 1 \right) = 0$$

§ 3. Неравенства

I. Подготовительные неравенства

$$1.1. \frac{2x-1}{5} - 3x > \frac{10x+1}{5}.$$

$$1.2. \frac{3}{5}(3x-1) > \frac{1}{8}(4-x).$$

$$1.3. x - \frac{1-x}{6} \leq \frac{2x+1}{2} - \frac{3}{4}.$$

$$1.4. (\sqrt{3}-2)x \geq 1 - \sqrt{3}.$$

$$1.5. (3\sqrt{3}-5)x > \sqrt{3}-1.$$

$$1.6. (4-3\sqrt{2})x > 6-5\sqrt{2}.$$

$$2.1. 4x^2 \geq 2\frac{7}{9}.$$

$$2.2. (1,44-x^2) > 0.$$

$$2.3. 2x^2 - x - 1 \leq 0.$$

$$2.4. 5x - 2x^2 - 2 \geq 0. \quad 2.5. 2x^2 - 7 > 0. \quad 2.6. x^2 - x + 7 \geq 0.$$

$$2.7. 5x - 4x^2 < 0. \quad 2.8. x^2 + 3x > 0. \quad 2.9. 4x^2 + 4x + 1 \leq 0.$$

$$2.10. x^2 - 6x + 9 > 0.$$

$$3.1. 2|x+1| > x+4.$$

$$3.2. 3|x-1| \leq x+3.$$

$$3.3. 5x - |2x+1| > 3.$$

$$3.4. |x-2| \leq 2x+1.$$

$$3.5. |x-3| \geq |8-x|.$$

$$3.6. |2x-5| \geq |x+1|.$$

$$3.7. |7x+3| < |5-3x|.$$

$$3.8. |2x+7| > |3x-2|.$$

$$3.9. |x-2| + |3-x| > 4+x. \quad 3.10. |2x+5| - |3x-4| \leq 2x-4.$$

$$3.11. |2x+1| + |3x+2| \leq 5x+3. \quad 3.12. |x-1| - |x| + |2x+3| > 2x-4.$$

$$4.1. \sqrt{\frac{3}{4}-x} \geq \frac{1}{2}.$$

$$4.2. \sqrt{x+2} \geq -1.$$

$$4.3. \sqrt{3x-2} \geq 5.$$

$$4.4. \sqrt{2x^2 - 3x + 7} > 3.$$

$$4.5. \sqrt{2x^2 + x - 1} \geq 2.$$

$$4.6. \sqrt{16-9x^2} \geq -\frac{3}{4}. \quad 4.7. \sqrt{2x+5} \leq 1. \quad 4.8. \sqrt{5x+8} < 6.$$

$$4.9. \sqrt{7x-1} \leq -5.$$

$$4.10. \sqrt{x^2 - x} \leq \sqrt{12}.$$

$$4.11. \sqrt{625 - x^2} \leq 7.$$

$$4.12. \sqrt[3]{2x+7} \leq -1.$$

- 5.1.** $\sqrt{\frac{2-x}{x+1}} \geq 2$. **5.2.** $\sqrt{\frac{x+1}{2x-1}} > -2$. **5.3.** $\sqrt{\frac{3x-1}{x-1}} < 1$.
- 5.4.** $\sqrt{\frac{x+1}{2-x}} < -3$. **5.5.** $\sqrt{3x-1} < \sqrt{2x+5}$.
- 5.6.** $\sqrt{3x-x^2+4} \geq \sqrt{4-2x}$. **5.7.** $\sqrt{7+3x} < 1-x$.
- 5.8.** $\sqrt{x^2-x-2} \leq x+1$. **5.9.** $\sqrt{8x^2-14x} \leq 3x-4$.
- 5.10.** $\sqrt{x^2-4x} > x-3$. **5.11.** $\sqrt{-x^2+8x-12} \geq 10-2x$.
- 5.12.** $8 \leq 2x + \sqrt{6x-x^2-5}$.
- 6.1.** $9^x \geq \sqrt{27}$. **6.2.** $(\sqrt{2})^{3-5x} < 64$. **6.3.** $\left(\frac{4}{9}\right)^{3x+1} \geq \frac{27}{8}$.
- 6.4.** $2^{\frac{x+2}{3-x}} \geq 4$. **6.5.** $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2-3x}{2x+1}} > 27$. **6.6.** $\left(\frac{3}{2}\right)^{5-2x} \geq -\frac{9}{4}$.
- 6.7.** $(0,2)^{\frac{2x-3}{x-2}} > 5$. **6.8.** $16^x > 0,125$. **6.9.** $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} < \left(\frac{1}{9}\right)^{16-x}$.
- 7.1.** $\log_3 x < 1$. **7.2.** $\log_{1/3}(x+1) < -2$. **7.3.** $\log_5(x^2-2x-3) \leq 1$.
- 7.4.** $\log_2(x^2-2x) \geq 3$. **7.5.** $\log_{1/6}(x^2-3x+2) > -1$.
- 7.6.** $\log_3 \frac{2x+1}{x+1} < 1$. **7.7.** $\log_{1/4} \left(\frac{x-3}{x+3} \right) \geq -\frac{1}{2}$.
- 7.8.** $\log_2 \frac{x^2-4x+2}{x+1} \leq 1$. **7.9.** $\log_{0,25} \frac{35-x^2}{x} \geq -\frac{1}{2}$.
- 8.1.** $\log_5(x^2-2x+3) > \log_5(x+1)$.
- 8.2.** $\log_{1/3}(3x+5) > \log_{1/3}(x^2+1)$.
- 8.3.** $\log_3(x^2-3x-4) < \log_3(-x^2+6x-11)$.
- 8.4.** $\log_{1/2}(x^2-3x+2) > \log_{1/2}(6-x^2+4x)$.

$$\mathbf{9.1.} \log_x \frac{15}{1-2x} < -2 \quad \mathbf{9.2.} \log_{1-x}(2+x) < 1.$$

$$\mathbf{9.3.} \log_{2-x}(5x-4-x^2) \leq 2$$

$$\mathbf{9.4.} \log_{(x+3)}(2(x^2-10x+24)) \geq \log_{(x+3)}(x^2-9).$$

II. Базовые задачи на метод интервалов

$$\mathbf{10.1.} \frac{(x-2)(3-2x)}{x+4} \geq 0.$$

$$\mathbf{10.2.} \frac{2(x-4)}{(3x+2)(3x-2)} \leq 0.$$

$$\mathbf{10.3.} \frac{(2x-3)(2x+3)}{16-x^2} \geq 0.$$

$$\mathbf{10.4.} \frac{x^2+3x}{5x-3} \geq 0.$$

$$\mathbf{10.5.} \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2} \leq 0.$$

$$\mathbf{10.6.} \frac{(x+2)(x^2-2x+1)}{4-3x-x^2} \geq 0.$$

$$\mathbf{10.7.} \frac{(x-2x^2-5)x^2}{(x^2-4)} \leq 0.$$

$$\mathbf{10.8.} \frac{(x^3+8)(1-x)^2}{x^2-5x-14} \geq 0.$$

$$\mathbf{10.9.} \frac{\left(x^2-\frac{1}{9}\right)(x+2)^2}{x^3-\frac{1}{27}} \geq 0.$$

$$\mathbf{11.1.} \frac{2}{x-3} \geq 1.$$

$$\mathbf{11.2.} \frac{3}{2x-1} < -1.$$

$$\mathbf{11.3.} \frac{4}{3x+2} \leq 2.$$

$$\mathbf{11.4.} \frac{1}{2x+5} \leq 3.$$

$$\mathbf{11.5.} \frac{2}{3-x} \leq -5.$$

$$\mathbf{11.6.} \frac{3}{2-3x} \geq -4.$$

$$\mathbf{11.7.} \frac{x+3}{2x-8} \geq 1.$$

$$\mathbf{11.8.} \frac{2x-3}{x+5} \geq \frac{3}{8}.$$

$$\mathbf{11.9.} \frac{5-2x}{4x+8} < \frac{1}{4}.$$

$$\mathbf{12.1.} \frac{2-2x}{x^2-3x} \leq 1. \quad \mathbf{12.2.} \frac{2x^2-5x-7}{x-5} \geq 3. \quad \mathbf{12.3.} \frac{-2x+1}{x+4} < 3x+4.$$

$$\mathbf{12.4.} \frac{3x+7}{7-x} < x+6. \quad \mathbf{12.5.} \frac{4-x}{x-5} < \frac{1}{1-x}. \quad \mathbf{12.6.} \frac{1}{5-3x} \geq \frac{1}{2x+1}.$$

$$12.7. 4 + \frac{1}{2-x} \geq x.$$

$$12.9. 3 - \frac{2x-17}{x-5} > \frac{x-5}{x+2}.$$

$$12.11. \frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x-1}{x^3+1}.$$

$$13.1. (x-1)\sqrt{4-x^2} \leq 0.$$

$$13.3. (x-2)\sqrt{16-x^2} \leq 0.$$

$$13.5. \frac{\sqrt{17-15x-2x^2}}{x+3} > 0.$$

$$13.7. (x^2-1)(x^2+7x-30)\sqrt{x+2} \geq 0.$$

$$13.8. \sqrt{-25x^2+15x-2}(6x-8x^2-1) \leq 0. \quad 13.9. \frac{\sqrt{3+2x}}{2x^2-x-1} > 0.$$

$$14.1. \frac{1}{3^x+5} > \frac{1}{3^{x+1}-1}.$$

$$14.3. \frac{2^{1-x}-2^x+1}{2^x-1} \leq 0.$$

$$14.5. x^2 \cdot 3^x - 3^{x+4} \leq x^2 - 81.$$

$$14.7. 2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x < 5 \cdot 25^x.$$

$$14.9. 8 \cdot 9^x + 6^{x+1} \leq 27 \cdot 4^x.$$

$$14.11. (x^2-7x+12)(5^x-25) \geq 0.$$

$$14.13. \frac{(5^x-5)(16-2^x)}{3^x} \geq 0.$$

$$15.1. (20x-25x^2-3)\log_3 5x \leq 0. \quad 15.2. (9x^2-9x+2)(\log_2 3x) < 0.$$

$$15.3. (x^2-7x+10)(5^x-25) \geq 0.$$

$$12.8. 2 - \frac{x-3}{x-2} > \frac{x-2}{x-1}.$$

$$12.10. \frac{8+4x}{x^2+4x} \leq \frac{2}{x} + \frac{3}{x+4}.$$

$$12.12. \frac{x^2}{x^2+2x+1} \geq \frac{-x}{x^2-2x-3}.$$

$$13.2. \sqrt{x^2-x-2}(x-1) \geq 0.$$

$$13.4. \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-3x} \leq 0.$$

$$13.6. (4-x^2)\sqrt{3x^2+5x-8} \geq 0.$$

$$14.2. 2 + \frac{3}{2^x+1} > \frac{6}{2^x}.$$

$$14.4. \frac{3^{x+2}-9 \cdot 2^x}{3^{x+2}-2^{x+2}} \leq 0.$$

$$14.6. 3^{x+2} + 7^x > 4 \cdot 7^{x-1} + 34 \cdot 3^{x-1}.$$

$$14.8. 9 \cdot 4^{-1/x} + 5 \cdot 6^{-1/x} < 4 \cdot 9^{-1/x}.$$

$$14.10. 4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} \leq 0.$$

$$14.12. \frac{x+4\sqrt{x-12}}{27-3^x} \leq 0.$$

$$14.14. x^4 + 5^{x+4} \geq x^4 \cdot 5^x + 625.$$

$$15.4. \frac{9-x^2}{\log_3(x+1)} \leq 0.$$

$$15.5. \frac{\log_5(x^2+3)}{4x^2-16x} < 0.$$

$$15.6. \frac{1}{1-\lg x} < \frac{2\lg x - 5}{1+\lg x}.$$

$$15.7. \frac{\log_2 x}{\log_2 x - 2} < \frac{2}{\log_2 x + 6}.$$

$$15.8. \frac{x-8}{\log_{1/3}(x-4)} > 0.$$

$$15.9. \frac{3x^2-2x-1}{\log_3(x-1)} \leq 0.$$

$$15.10. x \log_3 \left(\frac{x}{3} + 2 \right) \geq 8 \log_{1/9} \left(\frac{x}{3} + 2 \right).$$

$$15.11. x \log_8 \left(\frac{x}{5} - 1 \right) \geq 3 \log_2 \left(\frac{x}{5} - 1 \right).$$

В следующих задачах найти пересечение множеств.

$$16.1. \begin{cases} x \in (-\infty; \log_2 11); \\ x \in (2; 2 + \sqrt{3}]. \end{cases}$$

$$16.2. \begin{cases} x \in [-1; 1,5]; \\ x \in (-\infty; 0] \cup (\log_2 3; +\infty). \end{cases}$$

$$16.3. \begin{cases} x \in \left[\log_{25} \frac{5}{\sqrt{3}}; +\infty \right); \\ x \in \left(0; \frac{1}{2} \right). \end{cases}$$

$$16.4. \begin{cases} x \in \left(\frac{1}{2} \log_5 6; \log_6 5 \right); \\ x \in \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right) \cup \left(\sqrt{3} - \frac{1}{4}; 8 \frac{3}{4} \right). \end{cases}$$

Решите следующие системы неравенств.

$$17.1. \begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0; \\ 2 - x \geq \frac{8 - 9x}{7}. \end{cases}$$

$$17.2. \begin{cases} x^2 - x - 12 \geq 0; \\ 3x - 5 \leq \frac{4x + 5}{3}. \end{cases}$$

$$17.3. \begin{cases} (x^2 - 6x - 7)\sqrt{8 + 2x - x^2} \geq 0; \\ |x + 1| \leq 1. \end{cases}$$

$$17.4. \begin{cases} (x^2 - 4)\sqrt{5 - 4x - x^2} \geq 0; \\ |x + 1| \leq 2. \end{cases}$$

$$\mathbf{17.5.} \begin{cases} 2^x + 6 \cdot 2^{-x} \leq 7; \\ \frac{2x^2 - 6x}{x-4} \leq x. \end{cases}$$

$$\mathbf{17.6.} \begin{cases} 3^x + 10 \cdot 3^{-x} \leq 11; \\ \frac{2x^2 - 5x}{x-3} \leq x. \end{cases}$$

III. Основные задачи на метод интервалов

$$\mathbf{18.1.} \frac{8+4x}{x^2+4x} \leq \frac{2}{x} + \frac{3}{x+4}.$$

$$\mathbf{18.2.} \frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x-1}{x^3+1}.$$

$$\mathbf{18.3.} 2x^2 + 2x + 1 - \frac{15}{x^2+x+1} < 0. \quad \mathbf{18.4.} \frac{x+5}{x-5} \left(\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+10} \right) \geq 0.$$

$$\mathbf{18.5.} \frac{x-3}{x+4} \left(\frac{1}{3x+2} - \frac{1}{3x+6} \right) \leq 0.$$

$$\mathbf{18.6.} \frac{x^2 + \left(\frac{11}{23} + \frac{5}{6} \right)x + \frac{55}{138}}{3x+5} \geq 0.$$

$$\mathbf{18.7.} \left(\frac{1}{4} + \frac{x-1}{x-3} \right) : \left(\frac{1}{\frac{x+2}{x+3} - \frac{1}{3}} + 1 \right) \geq 0.$$

$$\mathbf{18.8.} \left(\frac{1}{2} + \frac{x-2}{x-3} \right) : \left(\frac{1}{\frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{2}} + 1 \right) \geq 0.$$

$$\mathbf{18.9.} \frac{2x}{4x^2+3x+8} + \frac{3x}{4x^2-6x+8} > \frac{1}{6}.$$

$$\mathbf{18.10.} \frac{2x}{x^2-2x+5} + \frac{3x}{x^2+2x+5} \leq \frac{7}{8}.$$

$$\mathbf{18.11.} \frac{x-2}{x^2-3|x|-4} \geq 0.$$

$$\mathbf{18.12.} \frac{|x-4|-1}{x^2-10x+16} \leq 0.$$

$$\mathbf{18.13.} \frac{|x-2|-x}{|x-3|-1} \leq 2. \quad \mathbf{18.14.} \frac{|x+3|-1}{2|x+4|-4} \leq 1. \quad \mathbf{18.15.} \left| \frac{2x-1}{x-1} \right| \geq 2.$$

$$\mathbf{18.16.} \frac{|x^2 - 5x + 4|}{x^2 - 4} \leq 1. \quad \mathbf{18.17.} \frac{|x+4-x^2|}{x^2-4} \leq \frac{|x^2 - 5x + 4|}{x^2 - 4}.$$

$$\mathbf{18.18.} |x^2 - 5x + 6| + (x^2 - x - 2)^2 \leq 0.$$

$$\mathbf{18.19.} |x^3 - 2x^2 - 3x| + |x^2 + 4x - 5| \leq |x^3 - x^2 + x - 5|.$$

$$\mathbf{19.1.} (|x-2|-3)\sqrt{12+4x-x^2} \leq 0.$$

$$\mathbf{19.2.} (1-|x+3|)\sqrt{12-4x-x^2} \geq 0$$

$$\mathbf{19.3.} \frac{|x-2|}{x-2} (\sqrt{x+1} + x - 5) < 0. \quad \mathbf{19.4.} \frac{|x+3|}{x+3} (\sqrt{3-x} - x - 9) > 0.$$

$$\mathbf{19.5.} (\sqrt{x+4} + x - 8) \left(\frac{\pi}{9} - \frac{|x(x-7)|}{x(x-7)} \right) \geq 0.$$

$$\mathbf{19.6.} \frac{1}{\sqrt{x+2}} \geq \frac{1}{5-x}. \quad \mathbf{19.7.} \frac{1}{\sqrt{2x-3}} > \frac{1}{6-x}.$$

$$\mathbf{19.8.} (x-1)\sqrt{x^2+6} \leq x^2 - 1.$$

$$\mathbf{19.9.} \left(1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2} \right) \sqrt{6x-x^2-5} \geq 0$$

$$\mathbf{19.10.} \left(x-6 + \frac{15}{x+2} \right) \sqrt{x^2-2x} \leq 0.$$

$$\mathbf{19.11.} \frac{\sqrt{x(x^2-2x-3)(x-2)^3}}{x^3-8} \left(1 - \frac{4}{x} \right) \leq 0.$$

$$\mathbf{19.12.} \frac{\sqrt{(x+3)(9-x)}}{3x-2} \geq \frac{\sqrt{27+6x-x^2}}{2x+5}.$$

$$\mathbf{19.13.} \frac{\sqrt{6-x-x^2}}{5-2x} \geq \frac{\sqrt{6-x-x^2}}{x+4}.$$

$$\mathbf{19.14.} \frac{2-\sqrt{x+3}}{x-1} \geq -\frac{1}{3}. \quad \mathbf{19.15.} \frac{x-2}{\sqrt{2x-3}-1} < 4.$$

Решите неравенства.

$$20.1. \frac{\log_{0,2}(x-2)}{(4^x-8)(|x|-5)} \geq 0.$$

$$20.2. \frac{\lg(-8x-x^2)-\lg 7}{\lg(x+3)} < 0.$$

$$20.3. \frac{(4x-|x-6|)(\log_{1/3}(x+4)+1)}{2^{x^2}-2^{|x|}} \geq 0.$$

$$20.4. \frac{\log_2^2(x-4)-\log_2(4-x)^8+16}{30-3x-(4-x)^2} \geq 0.$$

$$20.5. \frac{\log_3 x}{\log_3(3x+2)} < 1.$$

$$20.6. \frac{14^x}{7(\log_7(x-3)^2)^4 \cdot \log_6(x+2)} \leq \frac{(4 \cdot 2^x)^x}{4(\log_7(x-3)^2)^4 \cdot \log_6(x+2)}.$$

$$21.1. \frac{2^x+8}{2^x-8} + \frac{2^x-8}{2^x+8} \geq \frac{2^{x+4}+96}{4^x-64}.$$

$$21.2. \frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1}-1} \geq \frac{3}{8^x-1} + \frac{8}{64^x-5 \cdot 8^x+4}.$$

$$21.3. \frac{7^x+7}{7^x-7} + \frac{7^{x-1}-1}{7^{x-1}+1} \geq \frac{4 \cdot 7^x+96}{49^x-49}.$$

$$21.4. \frac{2^x}{2^x-8} + \frac{2^x+8}{2^x-4} + \frac{66}{4^x-12 \cdot 2^x+32} \leq 0.$$

$$21.5. \frac{8^{x+1}-40}{2 \cdot 64^x-32} \leq 1.$$

$$21.6. \frac{6 \cdot 9^{x-1}-10}{81^{\frac{x-1}{2}}-9} \leq 1.$$

$$21.7. \frac{\log_7(49x^2)-7}{\log_7^2 x-4} \leq 1.$$

$$21.8. \frac{\log_4(16x^4)+11}{\log_4^2 x-9} \geq -1.$$

$$21.9. \frac{\log_3(9x)-13}{\log_3^2 x+\log_3 x^4} \leq 1.$$

$$21.10. \frac{\log_6(36x)-1}{\log_6^2 x-\log_6 x^3} \geq 0.$$

$$21.11. \frac{(\log_4 x+2)^2}{\log_4^2 x-9} \geq 0.$$

$$21.12. 1 + \frac{11}{2^x-8} + \frac{28}{4^x-2^{x+4}+64} \geq 0.$$

$$\mathbf{21.13.} 1 + \frac{10}{(\log_2 x) - 5} + \frac{16}{\log_2^2 x - \log_2(32x^5) + 5} \geq 0.$$

$$\mathbf{21.14.} 1 + \frac{6}{(\log_3 x) - 3} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3(27x^6) + 12} \geq 0.$$

$$\mathbf{21.15.} \frac{\log_4(64x)}{(\log_4 x) - 3} + \frac{(\log_4 x) - 3}{\log_4(64x)} \geq \frac{\log_4 x^4 + 16}{\log_4^2 x - 9}.$$

$$\mathbf{21.16.} \frac{\log_5(25x)}{(\log_5 x) - 2} + \frac{(\log_5 x) - 2}{\log_5(25x)} \geq \frac{6 - \log_5 x^4}{\log_5^2 x - 4}.$$

$$\mathbf{21.17.} \frac{\log_3 x}{\log_3\left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{2}{\log_3 x} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3(x^3)}.$$

$$\mathbf{21.18.} \frac{\log_8 x}{\log_8\frac{x}{64}} \geq \frac{2}{\log_8 x} + \frac{3}{\log_8^2 x - \log_8(x^2)}.$$

$$\mathbf{22.1.} (3+x-2x^2)\log_{x+2}(3x+5) \geq 0.$$

$$\mathbf{22.2.} (3x^2-x-2)\log_{4-3x}(7-5x) \leq 0.$$

$$\mathbf{22.3.} \log_4(x+2)\log_x 2 \leq 1.$$

$$\mathbf{22.4.} \frac{(\log_{x+5}(1-x))^2}{x^2 + 3x - 4} \geq 0.$$

$$\mathbf{22.5.} \left(x + \frac{3}{x}\right)(\log_{5-x}(x^2 - 6x + 9))^2 \geq 4 \cdot (\log_{5-x}(x^2 - 6x + 9))^2.$$

$$\mathbf{22.6.} \frac{\log_{2x}(3x-1)\log_{3x}(2x-1)}{2^x - 4} \geq 0. \quad \mathbf{22.7.} \frac{(2^x - 8)\log_{4x}(x-1)}{\log_{3x}(2x-1)} \geq 0.$$

$$\mathbf{22.8.} \frac{\left(2^{\frac{2}{x}} - 4\right)}{(x-2)\log_{2x}(3x-2)} \geq 0.$$

$$\mathbf{22.9.} \frac{\log_x(2x+1) \cdot \log_{2x}(4x-2)}{\log_{3x}(5x-2)} \leq 0.$$

$$22.10. \left(4^{\lg x} + x^{\lg 4} - 128\right) \left(\frac{5^x - 25}{3 - 2^x}\right) \left(\frac{(x-3)(1-x)}{|(x-3)(x-1)|} + \frac{1}{5} \sin 4x\right) \geq 0.$$

$$22.11. \left(6^{\lg x} + x^{\lg 6} - 12\right) \left(\frac{3^x - 27}{5 - 2^x}\right) \left(\frac{(x-6)(4-x)}{|(x-6)(x-4)|} + \frac{1}{2} \sin 2x\right) \leq 0.$$

Решите следующие системы неравенств.

$$23.1. \begin{cases} \frac{3}{2-(x+1)\sqrt{3}} + \frac{(x+1)\sqrt{3}-1}{(x+1)\sqrt{3}-3} \geq 3; \\ (10x+7)(4-5x)(50x^2-5x-28) < 0. \end{cases}$$

$$23.2. \begin{cases} \frac{6}{x\sqrt{3}-3} + \frac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9} \geq 2; \\ \left(\frac{10}{5x-21} + \frac{5x-21}{10}\right)^2 \leq \frac{25}{4}. \end{cases}$$

$$23.3. \begin{cases} x^{\log_2^x} \geq \frac{4}{x}; \\ \frac{3^{5x}-3}{9^x-30 \cdot 3^x+81} < 0. \end{cases}$$

$$23.4. \begin{cases} |3^x - 6| \geq 3; \\ \log_2 x - 3\sqrt{\log_2 x} + 2 \geq 0. \end{cases}$$

$$23.5. \begin{cases} 4^x - 2 \cdot 6^x - 3^{2x+1} \geq 0; \\ \log_3(-x) - \log_3^2(-x) \geq 0. \end{cases}$$

$$23.6. \begin{cases} 2 \cdot 3^{2x^2} + 4 \leq 3^{x^2+2}; \\ \log_8(x^2 - 4x + 3) < 1. \end{cases}$$

$$23.7. \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq x+4; \\ \log_2(x^2-4) - 3\log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2. \end{cases}$$

$$23.8. \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{1/9}(2x^2-3x+1)} < 1; \\ 2 + \frac{\log_2^2 x}{1+\log_2 x} > \log_2 x. \end{cases}$$

$$23.9. \begin{cases} \frac{2x^2-11x+15}{2^x-6} < 0; \\ \frac{1}{2} \log_{\tg \frac{\pi}{12}} x^2 \geq \log_{\tg \frac{\pi}{12}} \sqrt{2x+3}. \end{cases}$$

$$23.10. \begin{cases} 9^{\lg x} + x^{2\lg 3} \geq 6; \\ \log_2^2 x + 6 > 5 \log_2 x. \end{cases}$$

23.11. $\begin{cases} 5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} \geq 2 \cdot \sqrt[4]{5}; \\ \log_3^2 x + 2 > 3 \log_3 x. \end{cases}$

23.12. $\begin{cases} \log_{3x+1}(4x-6) + \log_{4x-6}(3x+1) \leq 2; \\ 16^x - 12^x - 2 \cdot 9^x \leq 0. \end{cases}$

23.13. $\begin{cases} 25^x - 30 \cdot 5^x + 125 \geq 0; \\ \log_x(x-1) \cdot \log_x(x+1) \leq 0. \end{cases}$

23.14. $\begin{cases} \log_{x+3}(x^2 - x) < 1; \\ \log_{x^2 - \frac{3}{2}x}(3 - 2^x) > 0. \end{cases}$

23.15. $\begin{cases} \log_{3-x}(x+1) \log_{x+5}(4-x) \geq 0; \\ \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2. \end{cases}$

23.16. $\begin{cases} \log_{x+5}(6-x) \log_{4-x}(x+3) \geq 0; \\ |2x-6|^{x+1} + |2x-6|^{-x-1} \leq 2. \end{cases}$

23.17. $\begin{cases} 7 \log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}; \\ \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52. \end{cases}$

23.18. $\begin{cases} 4^{\frac{x^2-2}{x^2+x+1}} + 3 \cdot 6^{\frac{x^2-2}{x^2+x+1}} \geq 4 \cdot 9^{\frac{x^2-2}{x^2+x+1}}; \\ \log_{1/3}|x-2| - \log_{2-x} 3 \leq 2. \end{cases}$

Ответы

§ 1. Простейшие уравнения

- 1.1.** 29. **1.2.** –26. **1.3.** 15. **1.4.** –27. **1.5.** 7. **1.6.** –27.
1.7. 28. **1.8.** –11. **1.9.** 3. **1.10.** –0,6. **1.11.** –1,5. **1.12.** –3.
- 2.1.** 6. **2.2.** 2,5. **2.3.** –0,4. **2.4.** 0,2. **2.5.** –1,75. **2.6.** –0,2.
2.7. –0,5. **2.8.** –8. **2.9.** 1,75. **2.10.** –0,5. **2.11.** –0,5. **2.12.** 1,4.
- 3.1.** 1. **3.2.** –0,5. **3.3.** 3,7. **3.4.** –2,9. **3.5.** –0,4. **3.6.** 1,5.
3.7. 1,4. **3.8.** 3. **3.9.** 0,25. **3.10.** –0,56. **3.11.** –2,5. **3.12.** 3,2.
- 4.1.** –10. **4.2.** –7. **4.3.** –3. **4.4.** 2. **4.5.** –31. **4.6.** 1.
- 5.1.** 3. **5.2.** –0,75. **5.3.** –9. **5.4.** –8. **5.5.** –8. **5.6.** 12. **5.7.** –3.
5.8. –8. **5.9.** –7. **5.10.** –1. **5.11.** 3. **5.12.** 1.
- 6.1.** 0,5. **6.2.** 0. **6.3.** 0. **6.4.** –9. **6.5.** 7. **6.6.** –0,4.
- 7.1.** –7. **7.2.** –0,4. **7.3.** –0,75. **7.4.** –2,25. **7.5.** –2,75. **7.6.** –3,75.
7.7. –2,4. **7.8.** –3,25. **7.9.** –0,6.
- 8.1.** –7. **8.2.** –8. **8.3.** 8. **8.4.** 5,5. **8.5.** 5. **8.6.** –5. **8.7.** –5.
8.8. 8. **8.9.** –7.
- 9.1.** –1,6. **9.2.** 0. **9.3.** –6. **9.4.** –0,25. **9.5.** –9. **9.6.** –7.
9.7. 0,6. **9.8.** –1,25. **9.9.** 0. **9.10.** 1,5.
- 10.1.** 1. **10.2.** –3. **10.3.** 0,5. **10.4.** –1. **10.5.** 5. **10.6.** 3.
10.7. 1. **10.8.** –12. **10.9.** –13. **10.10.** 4. **10.11.** 14. **10.12.** 1.
- 11.1.** 5. **11.2.** –3. **11.3.** 2. **11.4.** –3. **11.5.** –3. **11.6.** –9.
- 12.1.** 5. **12.2.** 9,5. **12.3.** 5. **12.4.** –1. **12.5.** 2. **12.6.** 1.

12.7. –4. **12.8.** –4,5. **12.9.** –2,5. **12.10.** –5.

13.1. 6. **13.2.** –11. **13.3.** –3. **13.4.** \emptyset . **13.5.** –2. **13.6.** 2.
13.7. 2. **13.8.** 1.

14.1. 1,8. **14.2.** 18. **14.3.** 23. **14.4.** –20. **14.5.** 20. **14.6.** –0,1.
14.7. 1. **14.8.** 2. **14.9.** 3. **14.10.** 3.

15.1. 2. **15.2.** –8. **15.3.** –6. **15.4.** 9. **15.5.** –3. **15.6.** –3.
15.7. 2. **15.8.** –2. **15.9.** 1. **15.10.** –1. **15.11.** 7. **15.12.** –7.

16.1. –2. **16.2.** 2. **16.3.** 1. **16.4.** –3. **16.5.** –0,75. **16.6.** –2,5.

17.1. 16. **17.2.** –4. **17.3.** 2. **17.4.** –39. **17.5.** –1. **17.6.** 5.

18.1. –9. **18.2.** 21. **18.3.** –5,25. **18.4.** 3. **18.5.** –24. **18.6.** 4.

19.1. 19. **19.2.** 4. **19.3.** 6. **19.4.** 3. **19.5.** 0,75. **19.6.** 0,64.

20.1. 2. **20.2.** 5. **20.3.** 3. **20.4.** –4. **20.5.** –7. **20.6.** 3. **20.7.** 1,2.
20.8. 0,5. **20.9.** 1,75. **20.10.** 1,75. **20.11.** 0,5. **20.12.** –0,25.

21.1. 0,5. **21.2.** 0,75. **21.3.** 1,75. **21.4.** 9,5. **21.5.** 2. **21.6.** 3.
21.7. 1. **21.8.** 0. **21.9.** 5. **21.10.** 0,1. **21.11.** –18. **21.12.** –0,5.

22.1. 3. **22.2.** 1. **22.3.** 1. **22.4.** 2. **22.5.** 0. **22.6.** 0,5.

23.1. 347. **23.2.** 121. **23.3.** 9. **23.4.** 48. **23.5.** –59. **23.6.** 10.
23.7. –8. **23.8.** –345. **23.9.** 67. **23.10.** –121. **23.11.** –11.
23.12. –60.

24.1. 2. **24.2.** –0,2. **24.3.** 43. **24.4.** 0,8. **24.5.** 10. **24.6.** 2.

25.1. 16. **25.2.** 81. **25.3.** 125. **25.4.** 27. **25.5.** 3. **25.6.** 16.

§ 2. Тригонометрические уравнения. Вспомогательные задачи

$$\mathbf{1.1.} \pi/3 + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.2.} \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.3.} -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.4.} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.5.} \emptyset. \quad \mathbf{1.6.} \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.7.} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.8.} \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.9.} -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.10.} \pm \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.11.} -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.12.} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.13.} \pi l, l \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.14.} \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.15.} -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.16.} -\frac{\pi}{12} + \pi k, -\frac{5\pi}{12} + \pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.17.} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.18.} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.19.} -\pi + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.20.} \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.21.} -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.22.} -\frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.23.} \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.24.} \frac{\pi}{3} + 4\pi n; -\pi + 4\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.25.} \frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{1.26.} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{1.27.} \frac{5\pi}{6} - 5 \arcsin \frac{1}{3} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{2.1.} \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \operatorname{arctg} 2 + \pi k; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{2.2.} -\frac{\pi}{3} + 2\pi n; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi m}{2}; n, k, m \in \mathbb{Z}.$$

$$2.3. \pi n ; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k ; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n ; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$2.4. \pi n ; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$2.5. \frac{\pi}{3} + 2\pi n ; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k ; \frac{\pi}{2} + \pi m ; n, k, m \in \mathbb{Z} .$$

$$2.6. 2\pi n ; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k ; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m ; n, k, m \in \mathbb{Z} .$$

$$2.7. \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n ; \frac{\pi}{2} + 2\pi n ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$2.8. -\frac{\pi}{3} + 2\pi n ; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k ; \pi + 2\pi m ; n, k, m \in \mathbb{Z} .$$

$$2.9. \frac{\pi}{3} + \pi n ; 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$2.10. \frac{\pi}{2} + 2\pi n ; \frac{\pi}{12} + \pi k ; \frac{5\pi}{12} + \pi m ; n, k, m \in \mathbb{Z} .$$

$$2.11. \operatorname{arcctg} \frac{1}{4} + \pi n ; -\frac{\pi}{6} + 2\pi m ; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k ; n, m, k \in \mathbb{Z} .$$

$$2.12. \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n ; -\operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \pi m ; n, m \in \mathbb{Z} .$$

$$2.13. -\frac{\pi}{6} + 2\pi n ; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$3.1. -\frac{\pi}{4} + \pi n ; \operatorname{arcctg} 3 + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$3.2. \frac{\pi}{6} + 2\pi n ; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k ; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$3.3. \frac{\pi}{6} + 2\pi n ; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$3.4. \pm \arccos \frac{\sqrt{19}-2}{5} + 2\pi k , k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{3.5.} \pi + 2\pi n; \pm \arccos \frac{3}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3.6.} -\frac{\pi}{2} + 2\pi m.$$

$$\mathbf{3.7.} \pi + 2\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.8.} -\frac{\pi}{12} + \pi n; -\frac{5\pi}{12} + \pi m; n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.9.} \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.10.} -\frac{\pi}{4} + \pi n; -\arctg 3 + \pi m; n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.11.} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.12.} \frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.13.} -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.14.} \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3.15.} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.16.} \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{3.17.} \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.18.} \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.19.} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n; \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{3.20.} \pm \pi + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{4.1.} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{4.2.} -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{4.3.} -\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{4.4.} -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{4.5.} \arctg 0,6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{4.6.} -\arctg 1,5 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{4.7.} \arctg 3 + \pi k; \arctg 7 + \pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{4.8.} -\frac{\pi}{4} + \pi n ; -\operatorname{arctg} 2 + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.9.} -\operatorname{arcctg} 2 + \pi n , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{4.10.} \frac{\pi}{4} + \pi n ; \operatorname{arctg} 2 + \pi k , n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.11.} \frac{\pi}{4} + \pi n ; -\operatorname{arctg} \frac{7}{3} + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.12.} \frac{\pi}{2} + \pi n ; -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.13.} -\frac{\pi}{4} + \pi n ; -\operatorname{arctg} 0,6 + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.14.} \frac{\pi}{2} + \pi n ; \operatorname{arctg} 3 + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.15.} \pi n ; -\operatorname{arctg} \frac{5}{4} + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.16.} -\frac{\pi}{4} + \pi n ; -\operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.17.} \pi n , n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.18.} \operatorname{arctg}(\sqrt{3}-1) + \pi n ; -\operatorname{arctg}(\sqrt{3}+1) + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{4.19.} -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2} , n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{5.1.} \pm \frac{\pi}{6} + \pi n , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{5.2.} \pm \frac{\pi}{6} + \pi n , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{5.3.} \frac{\pi}{2} + \pi n , n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{5.4.} \pm \frac{\pi}{3} + \pi n , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{5.5.} \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{5.6.} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2} , n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{5.7.} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2} , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{5.8.} \frac{\pi n}{4} , n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{5.9.} \pm \frac{1}{4} \arccos \frac{3}{4} + \frac{\pi n}{2} , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{5.10.} \frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{8} ; \pm \frac{\pi}{3} + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{5.11.} \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2} , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{5.12.} \pm \frac{\pi}{3} + \pi n , n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.1.} \pi k; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} n; k, n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{6.2.} \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi}{2} + \pi n; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.3.} \frac{\pi k}{4}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}; k, n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{6.4.} \frac{\pi k}{3}; \frac{\pi n}{7}; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.5.} \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{4}; \frac{3\pi}{4} + \pi n; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.6.} \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; -\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.7.} \frac{\pi k}{6}, k \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{6.8.} \frac{2\pi n}{5}; \frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + 2\pi l; n, k, l \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.9.} \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}; \pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.10.} -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.11.} 2\pi k + \frac{11\pi}{30}; 2\pi n - \frac{\pi}{30}; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{6.12.} \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{7.1.} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{7.2.} -\frac{\pi}{4} + \pi n; n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{7.3.} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}; -\frac{\pi}{4} + \pi k; n, k \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{7.4.} \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{7.5.} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{7.6.} \frac{2\pi k}{7}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi m}{5}; k, n, m \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{7.7.} \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{7.8.} -\frac{\pi}{4} + \pi n; -\arctg \frac{1}{3} + \pi k; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{8.1.} \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}; k, n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{8.2.} \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi n}{7}; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{8.3.} \pi n ; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5} ; n, k \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{8.4.} \frac{\pi n}{3} ; \frac{\pi}{2} + \pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{8.5.} \frac{2\pi n}{3} , n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{8.6.} -\frac{\pi}{4} + 2\pi n ; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{8.7.} \pi + 2\pi k , k \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{8.8.} \frac{\pi}{48} + \frac{\pi k}{4} ; \frac{5\pi}{48} + \frac{\pi n}{2} ; k, n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.1.} -\frac{\pi}{12} + 2\pi n ; \frac{7\pi}{12} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.2.} \frac{\pi}{2} + 2\pi n ; \pi + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.3.} \frac{\pi}{12} + 2\pi n ; \frac{7\pi}{12} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.4.} \frac{\pi}{2} + 2\pi n ; \frac{7\pi}{6} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.5.} \frac{\pi}{2} + 2\pi n ; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k ; n, k \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{9.6.} \frac{5\pi}{4} + 2\pi n ; n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.7.} \frac{2\pi}{3} + 2\pi k ; \pi + 2\pi n ; k, n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{9.8.} \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{4}{5} + 2\pi k , k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.9.} -\frac{\pi}{66} + \frac{\pi k}{11} ; \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{6} ; k, n \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{9.10.} \frac{7\pi}{12} + \pi k , k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{9.11.} 2\pi k ; 2\pi n + \frac{2\pi}{3} ; n, k \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{10.1.} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n ; 2\pi k ; \frac{\pi}{4} + \pi l ; n, k, l \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{10.2.} 2\pi k ; 2\pi n + \frac{\pi}{2} ; -\frac{\pi}{4} + \pi n ; k, n, m \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{10.3.} \frac{\pi}{8} + \pi k , k \in \mathbb{Z} . \quad \mathbf{10.4.} -\frac{\pi}{4} + \pi n , n \in \mathbb{Z} .$$

$$\mathbf{10.5.} (-1)^n \arcsin \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right) + \frac{\pi}{4} + \pi n , n \in \mathbb{Z} .$$

10.6. $(-1)^n \arcsin\left(\frac{1}{7\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. **10.7.** $\frac{\pi}{8} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

11.1. a) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$; $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$; 6) $\frac{9\pi}{4}$.

11.2. a) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$; 6) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

11.3. a) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 6) $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{13\pi}{6}$.

11.4. a) $\frac{\pi}{6} + \pi k$; $\frac{\pi}{3} + \pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$; 6) $-\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{2\pi}{3}$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$.

11.5. a) $-\frac{\pi}{3} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 6) $\frac{2\pi}{3}$.

11.6. a) $\frac{11}{30} + n$, $n \in \mathbb{Z}$; 6) $-\frac{49}{30}$; $-\frac{19}{30}$; $\frac{11}{30}$. **11.7.** 1.

12.1. a) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 6) $-\frac{2\pi}{3}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$.

12.2. a) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$; $\pm\arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\pi m$; $n, m \in \mathbb{Z}$; 6) $\frac{7\pi}{3}$;

$3\pi - \arccos\frac{1}{3}$.

12.3. a) πk ; $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$; $n, n, m \in \mathbb{Z}$; 6) -2π ; $-\frac{11\pi}{6}$;

$-\frac{7\pi}{6}$; $-\pi$.

12.4. a) $\frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$; 6) 0; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$; 2π .

12.5. a) $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 6) -2π .

13.1. a) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 6) $\frac{7\pi}{4}$.

$$\mathbf{13.2. a)} -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} \frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}.$$

$$\mathbf{13.3. a)} \frac{\pi}{4} + \pi n; -\arctg 3 + \pi k; \quad n, k \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} \frac{9\pi}{4}; -\arctg 3 + 2\pi.$$

$$\mathbf{14.1. a)} \frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m; \quad n, k, m \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}.$$

$$\mathbf{14.2. a)} \frac{\pi}{2} + \pi n; \pi k; \quad n, k \in \mathbb{Z}; \quad \pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} \frac{3\pi}{2};$$

$$2\pi; \quad 2\pi - \arccos \frac{2}{5}.$$

$$\mathbf{14.3. a)} \frac{\pi k}{2}; \quad k \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots\} \quad (\text{или } k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}); \quad \mathbf{6)} -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}.$$

$$\mathbf{14.4. a)} \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \quad \pm \arccos \frac{1}{4} + 2\pi k; \quad n, k \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} \frac{\pi}{2}.$$

$$\mathbf{14.5. a)} -\frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} -\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}.$$

$$\mathbf{14.6. a)} 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + \pi m; \quad n, k, m \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{14.7. a)} \frac{2\pi k}{9}, \quad k \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} 0; \frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{9}; \frac{4\pi}{9}; \frac{8\pi}{9}.$$

$$\mathbf{14.8. a)} \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}; -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}; \quad n, k \in \mathbb{Z}; \quad \mathbf{6)} -\frac{3\pi}{16}; \frac{\pi}{16}; \frac{5\pi}{16}; -\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{4}.$$

$$\mathbf{15.1.} \emptyset. \quad \mathbf{15.2.} \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{15.3.} -\arcsin \frac{1}{4} + 2\pi n; \quad \pi + \arcsin \frac{1}{4} + 2\pi m; \quad n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{15.4.} -\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{15.5.} \pi + \arcsin \frac{3}{5} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{15.6.} -\arccos \frac{5}{13} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

15.7. $\frac{\pi}{6} + 2\pi k ; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n ; \frac{\pi}{2} + 2\pi m ; \begin{cases} k, n, m \in \mathbb{Z}; \\ m \neq 0. \end{cases}$

15.8. $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k ; \pm \arccos\left(-\frac{1}{5}\right) + 2\pi n ; k, n \in \mathbb{Z} .$

15.9. $\frac{\pi k}{8} ; \begin{cases} k \in \mathbb{Z}; \\ k \neq 16n + 8, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

15.10. $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3} ; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi l}{5} ; \begin{cases} k, l \in \mathbb{Z}; \\ k \neq 6n - 2; \\ l \neq 10p - 3; n, p \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

15.11. $\frac{3\pi}{4} + \pi n , n \in \mathbb{Z} .$ **15.12.** $\pi - \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi k , k \in \mathbb{Z} .$

15.13. $0; \frac{3\pi}{4} ; 3.$ **15.14.** $\pm \frac{\pi}{2} .$

15.15. $2\pi ; -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2} , k = 5, 6, 7, \dots .$

15.16. $-\frac{7\pi}{8} ; -\frac{3\pi}{8} ; \frac{\pi}{8} .$ **15.17.** $-1; 0; \frac{2\pi}{3} ; \frac{4\pi}{3} ; 6.$

15.18. $-\frac{1}{8} + \frac{k}{4} , \quad k \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\} ; \quad \frac{1}{4} + \frac{n}{2} ,$

$n \in \{-2; -1; 0; 1\} ; -\frac{5}{4} ; \frac{6}{5} .$

15.19. $\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} ; \frac{5\pi}{6} ; 3.$ **15.20.** $\frac{19}{6} ; \frac{3k \pm 1}{6} ; \begin{cases} k \in \mathbb{Z}; \\ k \geq 7. \end{cases}$

15.21. $2\pi k - \frac{\pi}{3} ; \frac{\pi}{2} + \pi n ; k, n \in \mathbb{Z} .$

15.22. $\pi n , n \in \mathbb{Z} .$ **15.23.** $\frac{4\pi}{3} + 2\pi l ; \pi k ; l, k \in \mathbb{Z} .$

15.24. $\frac{\pi}{6} + \pi n ; \frac{\pi}{2} + \pi k ; k, n \in \mathbb{Z} .$

15.25. $\frac{7\pi}{6} + 2\pi k ; \frac{\pi}{4} + \pi n ; k, n \in \mathbb{Z} .$ **15.26.** $\operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \pi n , n \in \mathbb{Z} .$

$$\mathbf{15.27.} -\arcsin \frac{1}{3} + 2\pi n; \pi + \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{15.28.} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{15.29.} 2\pi n; 2\pi k - \frac{\pi}{3}; n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{15.30.} \pi - \arcsin \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.1.} \pm \operatorname{arctg} 2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{16.2.} \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{4} + \pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.3.} \pm \arccos \left(-\frac{1}{5} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.4.} -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.5.} \pm \frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.6.} -\frac{\pi}{8} + 2\pi k; \frac{3\pi}{8} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.7.} \pi + 2\pi n; \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{4} \right) + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.8.} \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \operatorname{arctg} \frac{5}{2} + (2k+1)\pi; n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{16.9.} \frac{7\pi}{4}. \quad \mathbf{16.10.} \frac{5\pi}{3}. \quad \mathbf{16.11.} \frac{11\pi}{6}.$$

$$\mathbf{17.1.} \frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{17.2.} \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{17.3.} \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \quad \mathbf{17.4.} \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{17.5.} \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{17.6.} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \pi + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{17.7. a)} \pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \text{б)} -\frac{4\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}.$$

$$\mathbf{17.8. a)} \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \text{б)} \frac{17\pi}{6}; \frac{19\pi}{6}; \frac{23\pi}{6}.$$

$$\mathbf{17.9. a)} \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}; \text{б)} 2\pi; \frac{7\pi}{3}; 3\pi.$$

$$\mathbf{17.10. a)} \pi k; \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}; \text{б)} 2\pi; \frac{17\pi}{6}; 3\pi; \frac{19\pi}{6}; 4\pi.$$

$$\mathbf{17.11. a)} \frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m; k, n, m \in \mathbb{Z}; \text{б)} -\frac{3\pi}{2}; -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}.$$

$$\mathbf{17.12. a)} \frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi m; k, n, m \in \mathbb{Z}; \text{б)} -\frac{5\pi}{2}; -\frac{5\pi}{3}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{4\pi}{3}. \quad \mathbf{17.13.} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \notin \mathbb{Z}. \quad \mathbf{17.14.} \frac{\pi k}{2} \pm \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{17.15.} \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\mathbf{17.16. a)} \pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m; k, n, m \in \mathbb{Z}; \text{б)} 2\pi; \frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}; 3\pi.$$

$$\mathbf{17.17. a)} \frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m; k, n, m \in \mathbb{Z}; \text{б)} \frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}.$$

$$\mathbf{17.18. a)} \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; k, n \in \mathbb{Z}; \text{б)} \frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}.$$

$$\mathbf{17.19. a)} \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \text{б)} \frac{3\pi}{4}.$$

- 17.20.** a) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $-\frac{\pi}{3} + 2\pi m$; $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $k, m, n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; \frac{5\pi}{2}; \frac{10\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}$.
- 17.21.** a) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$; $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$; $n, k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$.
- 17.22.** a) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; б) $\frac{13\pi}{6}$.
- 17.23.** a) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; $k, n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$.
- 17.24.** $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. **17.25.** $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
- 17.26.** $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $\pi + 2\pi n$; $k, n \in \mathbb{Z}$. **17.27.** $\arctg 2 + 2\pi n$, $n \notin \mathbb{Z}$.
- 17.28.** $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. **17.29.** $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 17.30.** $\pm \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 17.31.** $\arcsin \frac{1}{3} + 2\pi n$; $\pi - \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k$; $n, k \in \mathbb{Z}$.
- 17.32.** $\left\{-\frac{7\pi}{12}; -\frac{11\pi}{24}; \frac{\pi}{24}; \frac{5\pi}{12}; \frac{13\pi}{24}\right\}$. **17.33.** $\frac{\pi}{6}$.
- 17.34.** $-\frac{5\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}$. **17.35.** $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right\}$.
- 17.36.** $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$. **17.37.** $\frac{\pi}{4}$.

§ 3. Неравенства

- 1.1.** $\left(-\infty; -\frac{2}{23}\right)$. **1.2.** $\left(\frac{4}{7}; +\infty\right)$. **1.3.** $(-\infty; -0,5]$.
- 1.4.** $(-\infty; \sqrt{3} + 1]$. **1.5.** $(2 + \sqrt{3}; +\infty)$. **1.6.** $(-\infty; 3 + \sqrt{2})$.

2.1. $\left(-\infty; -\frac{5}{6}\right] \cup \left[\frac{5}{6}; +\infty\right)$. **2.2.** $(-1, 2; 1, 2)$. **2.3.** $[-0, 5; 1]$.

2.4. $[0, 5; 2]$. **2.5.** $\left(-\infty; -\sqrt{\frac{7}{2}}\right) \cup \left(\sqrt{\frac{7}{2}}; +\infty\right)$. **2.6.** \square .

2.7. $(-\infty; 0) \cup (1, 25; +\infty)$. **2.8.** $(-\infty; -3) \cup (0; +\infty)$.

2.9. $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **2.10.** $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.

3.1. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. **3.2.** $[0; 3]$. **3.3.** $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

3.4. $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **3.5.** $[5, 5; +\infty)$. **3.6.** $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right] \cup [6; +\infty)$.

3.7. $(-2; 0, 2)$. **3.8.** $(-1; 9)$. **3.9.** $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup (9; +\infty)$.

3.10. $\left[-5; -\frac{5}{3}\right] \cup \left[\frac{13}{3}; +\infty\right)$. **3.11.** $[-0, 5; +\infty)$. **3.12.** \square .

4.1. $(-\infty; 0, 5]$. **4.2.** $[-2; +\infty)$. **4.3.** $[9; +\infty)$.

4.4. $(-\infty; -0, 5) \cup (2; +\infty)$. **4.5.** $\left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{41}}{4}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{41}-1}{4}; +\infty\right)$.

4.6. $\left[-1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3}\right]$. **4.7.** $[-2, 5; -2]$. **4.8.** $[-1, 6; 5, 6)$. **4.9.** \emptyset .

4.10. $[-3; 0] \cup [1; 4]$. **4.11.** $[-25; -24] \cup [24; 25]$. **4.12.** $(-\infty; -4]$.

5.1. $(-1; -0, 4]$. **5.2.** $(-\infty; -1] \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **5.3.** $\left(0; \frac{1}{3}\right]$. **5.4.** \emptyset .

5.5. $\left[\frac{1}{3}; 6\right)$. **5.6.** $[0; 2]$. **5.7.** $\left[-\frac{7}{3}; -1\right)$. **5.8.** $\{-1\} \cup [2; +\infty)$.

$$\mathbf{5.9.} \left[\frac{7}{4}; 2 \right] \cup [8; +\infty). \quad \mathbf{5.10.} (-\infty; 0] \cup (4, 5; +\infty).$$

$$\mathbf{5.11.} [4; 6]. \quad \mathbf{5.12.} [3; 5].$$

$$\mathbf{6.1.} [0, 75; +\infty). \quad \mathbf{6.2.} (-1, 8; +\infty). \quad \mathbf{6.3.} \left(-\infty; -\frac{5}{6} \right]. \quad \mathbf{6.4.} \left[1\frac{1}{3}; 3 \right).$$

$$\mathbf{6.5.} \left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{2} \right). \quad \mathbf{6.6.} \square. \quad \mathbf{6.7.} \left(\frac{5}{3}; 2 \right). \quad \mathbf{6.8.} (-0, 75; +\infty).$$

$$\mathbf{6.9.} (-\infty; -8) \cup (4; +\infty).$$

$$\mathbf{7.1.} (0; 3). \quad \mathbf{7.2.} (8; +\infty). \quad \mathbf{7.3.} [-2; -1) \cup (3; 4].$$

$$\mathbf{7.4.} (-\infty; -2] \cup [4; +\infty). \quad \mathbf{7.5.} (-1; 1) \cup (2; 4).$$

$$\mathbf{7.6.} (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty \right). \quad \mathbf{7.7.} (-\infty; -9] \cup (3; +\infty).$$

$$\mathbf{7.8.} \left[0; 2 - \sqrt{2} \right) \cup \left(2 + \sqrt{2}; 6 \right]. \quad \mathbf{7.9.} \left[-7; -\sqrt{35} \right) \cup \left[5; \sqrt{35} \right).$$

$$\mathbf{8.1.} (-1; 1) \cup (2; +\infty). \quad \mathbf{8.2.} \left(-\frac{5}{3}; -1 \right) \cup (4; +\infty).$$

$$\mathbf{8.3.} \emptyset. \quad \mathbf{8.4.} (-0, 5; 1) \cup (2; 4).$$

$$\mathbf{9.1.} (0, 2; 0, 5). \quad \mathbf{9.2.} (-2; -0, 5) \cup (0; 1). \quad \mathbf{9.3.} \left[\frac{9 - \sqrt{17}}{4}; 2 \right).$$

$$\mathbf{9.4.} \left(3; 10 - \sqrt{43} \right] \cup \left[10 + \sqrt{43}; +\infty \right).$$

$$\mathbf{10.1.} (-\infty; -4) \cup [1, 5; 2]. \quad \mathbf{10.2.} \left(-\infty; -\frac{2}{3} \right) \cup \left(\frac{2}{3}; 4 \right].$$

$$\mathbf{10.3.} \left(-4; -\frac{3}{2} \right] \cup \left[\frac{3}{2}; 4 \right). \quad \mathbf{10.4.} [-3; 0] \cup \left(\frac{3}{5}; +\infty \right).$$

$$\mathbf{10.5.} [1; 2) \cup (2; 3]. \quad \mathbf{10.6.} (-\infty; -4) \cup [-2; 1).$$

$$\mathbf{10.7. } (-\infty; -2) \cup \{0\} \cup (2; +\infty). \quad \mathbf{10.8. } \{1\} \cup (7; +\infty).$$

$$\mathbf{10.9. } \{-2\} \cup \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right] \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty \right).$$

$$\mathbf{11.1. } (3; 5]. \quad \mathbf{11.2. } (-1; 0,5). \quad \mathbf{11.3. } \left(-\infty; -\frac{2}{3} \right) \cup [0; +\infty).$$

$$\mathbf{11.4. } (-\infty; -2,5) \cup \left[-\frac{7}{3}; +\infty \right). \quad \mathbf{11.5. } (3; 3,4].$$

$$\mathbf{11.6. } \left(-\infty; \frac{2}{3} \right) \cup \left[\frac{11}{12}; +\infty \right). \quad \mathbf{11.7. } (4; 11].$$

$$\mathbf{11.8. } (-\infty; -5) \cup [3; +\infty). \quad \mathbf{11.9. } (-\infty; -2) \cup (1; +\infty).$$

$$\mathbf{12.1. } (-\infty; -1] \cup (0; 2] \cup (3; +\infty). \quad \mathbf{12.2. } \{2\} \cup (5; +\infty).$$

$$\mathbf{12.3. } (-5; -4) \cup (-1; +\infty). \quad \mathbf{12.4. } (-7; 5) \cup (7; +\infty).$$

$$\mathbf{12.5. } (-\infty; 1) \cup (5; +\infty). \quad \mathbf{12.6. } (-\infty; -0,5) \cup \left[0,8; \frac{5}{3} \right) /$$

$$\mathbf{12.7. } (-\infty; 2) \cup \{3\}. \quad \mathbf{12.8. } (1; 1,5) \cup (2; +\infty).$$

$$\mathbf{12.9. } (-2; 1,5] \cup (5; +\infty). \quad \mathbf{12.10. } (-4; 0) \cup (0; +\infty).$$

$$\mathbf{12.11. } (-\infty; -1) \cup (-1; 2]. \quad \mathbf{12.12. } (-\infty; -1) \cup (-1; 0] \cup \{1\} \cup (3; +\infty).$$

$$\mathbf{13.1. } [-2; 1] \cup \{2\}. \quad \mathbf{13.2. } \{-1\} \cup [2; +\infty). \quad \mathbf{13.3. } [-4; 2] \cup \{4\}.$$

$$\mathbf{13.4. } \{-1\} \cup (0; 3). \quad \mathbf{13.5. } (-3; 1). \quad \mathbf{13.6. } \left\{ -\frac{8}{3} \right\} \cup [1; 2].$$

$$\mathbf{13.7. } \{-2\} \cup [-1; 1] \cup [3; +\infty). \quad \mathbf{13.8. } [0,2; 0,25] \cup \{0,4\}.$$

$$\mathbf{13.9. } (-1,5; -0,5) \cup (1; +\infty).$$

$$\mathbf{14.1. } (-\infty; -1) \cup (1; +\infty). \quad \mathbf{14.2. } (1; +\infty). \quad \mathbf{14.3. } (-\infty; 0) \cup [1; +\infty).$$

$$\mathbf{14.4. } (-2; 0]. \quad \mathbf{14.5. } (-\infty; -9] \cup [0; 9]. \quad \mathbf{14.6. } (2; +\infty).$$

$$\mathbf{14.7. } (-1; +\infty). \quad \mathbf{14.8. } \left(-\frac{1}{2}; 0 \right). \quad \mathbf{14.9. } (-\infty; 1].$$

14.10. $[-2; 0]$. **14.11.** $[2; 3] \cup [4; +\infty)$. **14.12.** $[0; 3) \cup [4; +\infty)$.

14.13. $[1; 4]$. **14.14.** $[0; 5) \cup (-\infty; -5]$.

15.1. $\left\{ \frac{1}{5} \right\} \cup \left[\frac{3}{5}; +\infty \right)$. **15.2.** $\left(0; \frac{1}{3} \right) \cup \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right)$.

15.3. $\{2\} \cup [5; +\infty)$. **15.4.** $(-1; 0) \cup [3; +\infty)$.

15.5. $(0; 4)$. **15.6.** $\left(0; \frac{1}{10} \right) \cup (10; +\infty)$. **15.7.** $\left(\frac{1}{64}; \frac{1}{4} \right) \cup \left(\frac{1}{4}; 4 \right)$.

15.8. $(5; 8)$. **15.9.** $(1; 2)$. **15.10.** $(-6; -4] \cup [-3; +\infty)$.

15.11. $(5; 9] \cup [10; +\infty)$.

16.1. $(2; \log_2 11)$. **16.2.** $[-1; 0]$. **16.3.** $\left[\log_{25} \frac{5}{\sqrt{3}}; \frac{1}{2} \right)$.

16.4. $\left(\frac{1}{2} \log_5 6; \frac{3}{4} \right)$.

17.1. $\{-3\} \cup [5; +\infty)$. **17.2.** $(-\infty; -3] \cup \{4\}$. **17.3.** $[-2; -1]$.

17.4. $[-3; -2] \cup \{1\}$. **17.5.** $\{0\} \cup [2; \log_2 6]$. **17.6.** $\{0\} \cup [2; \log_3 10]$.

18.1. $(-4; 0) \cup (0; +\infty)$. **18.2.** $(-\infty; -1) \cup (-1; 2]$. **18.3.** $(-2; 1)$.

18.4. $(-\infty; -10) \cup \left[-5; \frac{1}{2} \right) \cup (5; +\infty)$. **18.5.** $(-4; -2) \cup \left(-\frac{2}{3}; 3 \right]$.

18.6. $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{5}{6} \right] \cup \left[-\frac{11}{23}; +\infty \right)$.

18.7. $(-\infty; -3) \cup \left(-3; -\frac{12}{5} \right) \cup \left(-\frac{3}{2}; \frac{7}{5} \right] \cup (3; +\infty)$.

18.8. $(-\infty; -4) \cup \left(-\frac{8}{3}; -2 \right) \cup \left(-2; \frac{7}{3} \right] \cup (3; +\infty)$.

18.9. $\left(\frac{1}{4}; 8 \right)$. **18.10.** $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$. **18.11.** $(-4; 2] \cup (4; +\infty)$.

- 18.12.** $(2; 3] \cup [5; 8)$. **18.13.** $(-\infty; 2) \cup \{3\} \cup (4; +\infty)$.
- 18.14.** $(-\infty; -8] \cup (-6; -2) \cup (-2; +\infty)$. **18.15.** $\left[\frac{3}{4}; 1\right) \cup (1; +\infty)$.
- 18.16.** $[0; 1, 6] \cup [2, 5; +\infty)$. **18.17.** $(-\infty; -2) \cup [0; 2) \cup (2; 3]$.
- 18.18.** 2 . **18.19.** $[-5; -1] \cup [0; 1] \cup [3; +\infty)$.
- 19.1.** $[-1; 5] \cup \{-2; 6\}$. **19.2.** $[-4; -2] \cup \{-6; 2\}$.
- 19.3.** $(2; 3)$. **19.4.** $(-6; -3)$. **19.5.** $[-4; 0) \cup [5; 7)$.
- 19.6.** $\left[-2; \frac{11-\sqrt{29}}{2}\right] \cup (5; +\infty)$. **19.7.** $\left(\frac{2}{3}; 7-\sqrt{10}\right) \cup (6; +\infty)$.
- 19.8.** $(-\infty; 1] \cup \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **19.9.** $(2; 3] \cup (4; 5] \cup \{1\}$.
- 19.10.** $(-\infty; -2) \cup [2; 3] \cup \{0\}$. **19.11.** $[3; 4]$.
- 19.12.** $\left[-3; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 7\right] \cup \{9\}$. **19.13.** $\left[\frac{1}{3}; 2\right] \cup \{-3\}$.
- 19.14.** $[-2; 1) \cup (1; +\infty)$. **19.15.** $\left[\frac{3}{2}; 2\right) \cup (2; 26)$.
- 20.1.** $[3; 5)$. **20.2.** $(-3; -2) \cup (1; 0)$.
- 20.3.** $(-4; -1) \cup (-1; 0) \cup (1; 1, 2)$.
- 20.4.** $(4; 7] \cup \{20\}$. **20.5.** $(0; +\infty)$.
- 20.6.** $\left(-1; \log_2 \frac{7}{4}\right] \cup (1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 4) \cup (4; +\infty)$.
- 21.1.** $\{2\} \cup (3; +\infty)$. **21.2.** $(-\infty; 0) \cup \left\{\frac{1}{3}\right\} \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.
- 21.3.** $\{\log_7 2\} \cup (1; +\infty)$. **21.4.** $\{0\} \cup (2; 3)$. **21.5.** $\left\{\frac{1}{3}\right\} \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.
- 21.6.** $\left\{\frac{1}{2}\right\} \cup (1; +\infty)$. **21.7.** $\left(0; \frac{1}{49}\right) \cup \{7\} \cup (49; +\infty)$.

$$\mathbf{21.8.} \left(0; \frac{1}{64}\right) \cup \left\{\frac{1}{16}\right\} \cup (64; +\infty). \quad \mathbf{21.9.} \left(0; \frac{1}{81}\right) \cup (1; +\infty).$$

$$\mathbf{21.10.} \left[\frac{1}{6}; 1\right] \cup (216; +\infty). \quad \mathbf{21.11.} \left(0; \frac{1}{64}\right) \cup \left\{\frac{1}{16}\right\} \cup (64; +\infty).$$

$$\mathbf{21.12.} (-\infty; 0] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty). \quad \mathbf{21.13.} (0; 1) \cup (32; +\infty).$$

$$\mathbf{21.14.} \left[0; \frac{1}{9}\right] \cup [9; 27) \cup (27; +\infty).$$

$$\mathbf{21.15.} \left(0; \frac{1}{64}\right) \cup \{4\} \cup (64; +\infty). \quad \mathbf{21.16.} \left(0; \frac{1}{25}\right) \cup \left\{\frac{1}{5}\right\} \cup (25; +\infty).$$

$$\mathbf{21.17.} (0; 1) \cup \left\{\frac{1}{3}\right\} \cup (27; +\infty). \quad \mathbf{21.18.} (0; 1) \cup \{8\} \cup (64; +\infty).$$

$$\mathbf{22.1.} \left[-\frac{4}{3}; -1\right) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right]. \quad \mathbf{22.2.} \left[-\frac{2}{3}; 1\right) \cup (1; 1, 2].$$

$$\mathbf{22.3.} (0; 1) \cup [2; +\infty). \quad \mathbf{22.4.} (-5; -4) \cup \{0\}.$$

$$\mathbf{22.5.} (0; 1] \cup \{2\} \cup [3; 4) \cup (4; 5). \quad \mathbf{22.6.} \left[\frac{2}{3}; 1\right] \cup (2; +\infty).$$

$$\mathbf{22.7.} (1; 2] \cup [3; +\infty). \quad \mathbf{22.8.} \left(\frac{2}{3}; 1\right) \cup (1; 2).$$

$$\mathbf{22.9.} (0, 5; 0, 6) \cup [0, 75; 1). \quad \mathbf{22.10.} (1; \log_2 3) \cup [2; 3) \cup [1000; +\infty).$$

$$\mathbf{22.11.} (0; \log_2 5) \cup [3; 4) \cup (6; 10].$$

$$\mathbf{23.1.} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} - 1; \frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right) \cup (\sqrt{3} - 1; 0, 8) \cup \left(0, 8; \frac{7}{2\sqrt{3}} - 1\right].$$

$$\mathbf{23.2.} (\sqrt{3}; 3, 4) \cup (3\sqrt{3}; 8, 2]. \quad \mathbf{23.3.} \left(0; \frac{1}{5}\right) \cup [2; 3).$$

$$\mathbf{23.4.} \{1; 2\} \cup [16; +\infty).$$

$$\mathbf{23.5.} [-3; \log_{2/3} 3]. \quad \mathbf{23.6.} (-1; 1). \quad \mathbf{23.7.} (-\infty; -2).$$

$$\mathbf{23.8.} \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup \left(1; \frac{3}{2}\right). \quad \mathbf{23.9.} [-1; 0) \cup (0; 2, 5) \cup (\log_2 6; 3).$$

23.10. $\left[\sqrt{10}; 4\right) \cup (8; +\infty)$. **23.11.** $\left(0; \frac{1}{\sqrt{5}}\right] \cup \left[\sqrt{5}; 3\right) \cup (9; +\infty)$.

23.12. $\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right)$. **23.13.** 2.

23.14. $(-3; -2) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; \log_2 3\right)$. **23.15.** 1,2.

23.16. $\{-1; 2, 5\}$. **23.17.** $(-1 - \log_3 4; -2) \cup (3; 12]$.

23.18. $[-\sqrt{2}; 1)$.

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Простейшие уравнения	3
I. Линейные уравнения	3
II. Квадратные уравнения	4
III. Дробно-линейные уравнения	5
IV. Иррациональные уравнения	7
V. Показательные и логарифмические уравнения	8
§ 2. Тригонометрические уравнения.....	10
Тригонометрические формулы	10
I. Знаки тригонометрических функций по квадрантам	11
II. Формулы приведения.....	11
III. Тригонометрические функции основных углов.....	11
IV. Соотношения между тригонометрическими функциями одного угла	12
V. Формулы тригонометрических функций суммы и разности углов.....	12
VI. Тригонометрические функции двойного и тройного угла.....	12
VII. Тригонометрические функции половинного угла.....	13
VIII. Формулы преобразования суммы (разности) тригонометрических функций в производные	13
IX. Формулы преобразования произведений тригонометрических функций в суммы.....	13
Вспомогательные задачи	14
X. Простейшие уравнения.....	14
XI. Разложение на множители	15
XII. Уравнения, сводящиеся к квадратным	15
XIII. Однородные уравнения	16

XIV. Уравнения, содержащие четные степени синусов и косинусов	17
XV. Уравнения, при решении которых используются формулы для $\sin\alpha \pm \sin\beta$, $\cos\alpha \pm \cos\beta$	17
XVI. Уравнения, при решении которых используются формулы приведения	18
XVII. Уравнения, решаемые преобразованием производной тригонометрических выражений в сумму	18
XVIII. Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = c$. Метод введения вспомогательного аргумента	19
XIX. Уравнения вида $F(\sin x \pm \cos x, \sin x \cos x) = 0$	19
Задачи с выбором корней, или принадлежащих промежутку, или удовлетворяющих дополнительным условиям.....	20
XX. Простейшие уравнения	20
XXI. Уравнения, сводящиеся к квадратным.....	21
XXII. Однородные уравнения.....	21
XXIII. Уравнения, решаемые разложением на множители.....	22
XXIV. Уравнения, в которых имеются ограничения, связанные с областью определения.....	23
XXV. Уравнения, содержащие знак модуля.....	25
XXVI. Показательные и логарифмические уравнения, содержащие тригонометрические выражения	25
§ 3. Неравенства	30
I. Подготовительные неравенства	30
II. Базовые задачи на метод интервалов	32
III. Основные задачи на метод интервалов	35
Ответы	41

А.В. Баскаков, Т.И. Бухарова,
Н.П. Волков, Н.В. Серебрякова

Уравнения и неравенства

Тренинг для подготовки к ЕГЭ

*В помощь выпускникам средней школы
и абитуриентам*

Оригинал-макет подготовлен М.В. Макаровой

Подписано в печать 00.00.2017. Формат 60x84 1/16
Уч.-изд. л. 4,0. Печ. л. 4,0. Тираж ? экз.
Изд. № . Заказ №

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».
Типография НИЯУ МИФИ.
115409, Москва, Каширское ш., 31