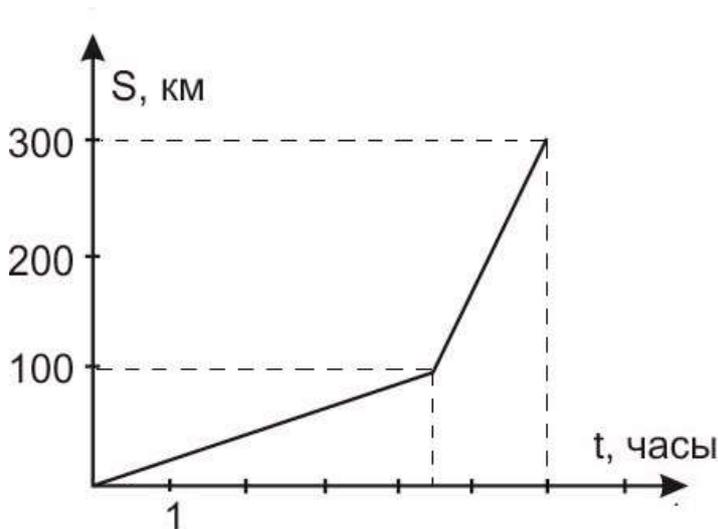


**Пробный ЕГЭ декабрь 2018 год**

**Часть 1. Задания с кратким ответом**

1. Все учащиеся 11А и 11Б написали сочинение. Среднее арифметическое баллов за сочинение в 11А классе равно 71, а в 11Б классе 82. Средний балл среди всех учащихся равен 76. Во сколько раз в 11А классе больше учащихся, чем в 11Б?
2. На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



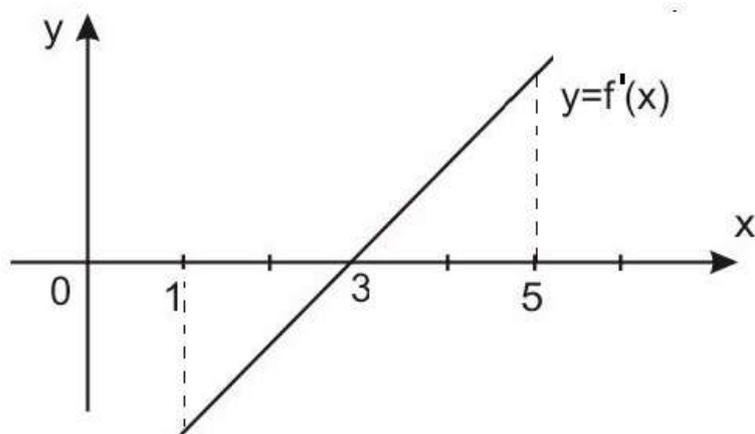
**3. Авторская задача.** На координатной плоскости заданы точки  $A(5; 0)$ ,  $B(0; 4)$ ,  $C(7; 7)$  и  $D(12; 0)$ . Найдите площадь четырехугольника  $ABCD$ .

**4. Авторская задача.** По статистике, только 10% из тех, кто создает свой первый бизнес, достигают успеха. Из тех, кто вторично открывает свое дело, успеха достигают 90%. При этом только 8% из тех, у кого первый бизнес оказался неудачным, готовы стартовать еще раз. Найдите вероятность создания успешного бизнеса с первой или второй попытки.

5. Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+1)}{4} = -1$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

6. **Авторская задача.** В прямоугольном треугольнике ABC угол между медианой и высотой, проведенными из вершины прямого угла C, равен  $30^\circ$ . Найдите меньший угол треугольника ABC. Ответ выразите в градусах.

7. **Авторская задача** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  - производной функции  $y = f(x)$ . В какой точке отрезка  $[1; 5]$  функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение?



8. **Авторская задача.** Диаметр апельсина равен 10 см. Диаметр апельсина без кожуры равен 8 см. Сколько процентов от объема апельсина занимает кожура? Апельсин (в кожуре и без нее) считать шарообразным.

9. Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin(\alpha - 3\pi) - \cos(-\frac{\pi}{2} + \alpha)}{5 \sin(\alpha - \pi)}$

10. Зависимость объема спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 100 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = qp$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

11. Один резервуар содержит  $200 \text{ м}^3$  воды, другой  $112 \text{ м}^3$  воды. Труба, наполняющая первый резервуар, пропускает на  $22 \text{ м}^3$  в час меньше, чем труба, наполняющая второй. Краны открываются одновременно. Через сколько часов количество воды в резервуарах сравняется?

12. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 16 \cos x - \frac{102}{\pi} x + 41 \text{ на отрезке } \left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right].$$

## Часть 2. Задания с развернутым ответом

13. а) Решите уравнение 
$$\frac{9 \sin 2x - 32\sqrt{2} \sin x}{\sqrt{2} \sin x} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

14. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона  $AB$  основания равна 12, а высота призмы равна 2. На рёбрах  $B_1C_1$  и  $AB$  отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $PC_1 = 3$ , а  $AQ = 4$ . Плоскость  $A_1PQ$  пересекает ребро  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $BC$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $A_1PQ$ .

15. Решите неравенство

$$\frac{\lg^2 x - 3 \lg x + 3}{\lg x - 1} \leq 1$$

16. **Авторская задача** Пусть  $AB$  – хорда окружности с центром  $O$ ,  $CB$  – касательная к этой окружности,  $AB = 2\sqrt{11}$ ,  $OB = 4$ , углы  $OCB$  и  $OAB$  равны.

а) Докажите, что точка  $O$  лежит на окружности  $\Omega$ , описанной вокруг треугольника  $ABC$ .

б) Найдите радиус окружности  $\Omega$ .

17. **Авторская задача** Маша мечтает о квартире за 3600 000 рублей. В настоящий момент Маша располагает 1 миллионом рублей и собирается поместить всю сумму в банк под 10% годовых, рассчитывая в течение каждого из первых трех лет после начисления банком процентов вносить на счет еще по 600 тысяч рублей. Предположим, что стоимость квартиры не изменится. Сможет ли она купить такую квартиру через 4 года? Помогите Маше посчитать!

18. **Авторская задача** При каких значениях параметра  $a$  найдется такое значение параметра  $b > 0$ , что система уравнений

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}\sqrt{y-1}(4+\sqrt{2}-x-y)}{(x-1)^2+(y-1)^2} = 0 \\ (x-a)^2+(y-a)^2 = b^2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения?

19. У Бори нет источника воды, но есть три ведра различных объемов, в двух из которых есть вода. За один шаг Боря переливает воду из ведра, в котором она есть, в другое ведро. Переливание заканчивается в тот момент, когда или первое ведро опустеет, или второе заполнится. Выливать воду из ведер запрещается.

а) Мог ли Боря через несколько шагов получить в одном из ведер ровно 2 литра воды, если сначала у него были ведра объемом 4 литра и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объемом 8 литров?

б) Мог ли Боря через несколько шагов получить равные объемы воды во всех ведрах, если сначала у него были ведра объемами 5 литров и 7 литров, полные воды, а также пустое ведро объемом 10 литров?

в) Сначала у Бори были ведра объемами 3 литра и 6 литров, полные воды, а также пустое ведро объемом  $n$  литров. Какое наибольшее натуральное значение может принимать  $n$ , если известно, что Боря смог получить через несколько шагов ровно 4 литра воды в одном из ведер?