

**Задача 1.** Приведите пример такого квадратного трехчлена  $P(x)$ , что при любом  $x$  справедливо равенство

$$P(x) + P(x + 1) + \dots + P(x + 10) = x^2.$$

**Задача 2.** Среди зрителей кинофестиваля было поровну мужчин и женщин. Всем зрителям понравилось одинаковое количество фильмов. Каждый фильм понравился восьми зрителям. Докажите, что не менее  $\frac{3}{7}$  фильмов обладают следующим свойством: среди зрителей, которым фильм понравился, не менее двух мужчин.

**Задача 3.** Существует ли вписанный в окружность 19-угольник, у которого нет одинаковых по длине сторон, а все углы выражаются целым числом градусов?

**Задача 4.** Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к  $BC$  пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $X$  и  $Y$ . Прямая  $AO$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $D$ ,  $M$  — середина  $BC$ . Описанная окружность треугольника  $ADM$  пересекает описанную окружность треугольника  $ABC$  в точке  $E$ , отличной от  $A$ . Докажите, что прямая  $OE$  касается описанной окружности треугольника  $AXY$ .

**Задача 5.** На доске написаны 1000 последовательных целых чисел. За ход можно разбить написанные числа на пары произвольным образом и каждую пару чисел заменить на их сумму и разность (не обязательно вычитать из большего меньшее, все замены происходят одновременно). Докажите, что на доске больше никогда не появятся 1000 последовательных целых чисел.

**Задача 6.** Для каких  $k$  можно закрасить на белой клетчатой плоскости несколько клеток (конечное число, большее нуля) в черный цвет так, чтобы на любой клетчатой вертикали, горизонтали и диагонали либо было ровно  $k$  черных клеток, либо вовсе не было черных клеток?

---

XVIII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов  
состоится 19 апреля.

Подробности — на странице [olympiads.mcsme.ru/ustn/](http://olympiads.mcsme.ru/ustn/)

---

Задачи, решения, информация о закрытии 22 марта  
LXXXIII Московской математической олимпиады —  
на сайте [mcsme.ru/mmo/](http://mcsme.ru/mmo/)