

Тригонометрические уравнения, содержащие параметр.

Для каждого значения параметра a решите уравнение

№1. $4a^2 - 7a(\sin^4 x - \cos^4 x) = 2\cos^2 2x$;

№2. $\sin x + a|\sin x| = 2$;

Ответ:

При $a < 1$ корней нет; при $1 \leq a < 3$ $x = (-1)^n \arcsin \frac{2}{a+1} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; при $a \geq 3$ $x = (-1)^n \arcsin \frac{2}{a+1} + \pi n, x =$

№3. $2\sin^2 x - 5a \cos x + 3a^2 - 2 = 0$;

№4. При каких значениях параметра a уравнение

$\sin^2 x - (2a-1)\sin x + a^2 - a - 2 = 0$ не имеет корней?

Ответ: $a < -2, 0 < a < 1, a > 3$.

№5. При каких значениях параметра a уравнение

$\cos^2 x - (a-2)\cos x + 4a+1 = 0$ не имеет корней?

Ответ: $a < \frac{-4}{3}, a > 0$.

№6. Найдите все a такие, что уравнение

$2\sin^2 x - (2a+1)\sin x = a+1$ имеет ровно девять корней на отрезке $\left[-2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: $-1 \leq a < 0$.

№7. При каких значениях a уравнение $5\cos^2 2x - 10a \cos 2x + 4a^2 = 1$ имеет ровно

три корня на отрезке $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: $a = 2$.

№8. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$\cos^2 x + (a^2 - 1)\cos x - 5a + 6 = 0$ имеет два корня на отрезке $[-\pi; 3\pi]$.

Ответ: $a=2, a=3$.

№9. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$2\sin^2 5x + (2a^2 - 3)\sin 5x = a^2 - 1$ имеет три корня на отрезке $\left[-\frac{\pi}{5}; \frac{\pi}{10}\right]$.

Ответ: $-\sqrt{2} < a \leq -1, 1 \leq a < \sqrt{2}$.

№10. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$4\cos^2 x + 4a\cos x + 2a - 1 = 0$$

имеет ровно одиннадцать корней на промежутке $\left[-3\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: $-0,5 < a < 0,5$.

№11. При каких значениях параметра a уравнение

$\cos^4 2x - 2(a+2)\cos^2 2x - (2a+5) = 0$ имеет хотя бы одно решение?

Ответ: при $a \in [-2,5; -2]$.

№12. При каких значениях параметра a уравнение

$3\cos^2 x - (3a+10)\cos x + 10a = 0$ не имеет корней?

Ответ: при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$.

№13. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$\cos 24x + 2(8+5a)\sin 12x - 110a + 65 = 0$ имеет хотя бы одно решение.

Ответ: при $a \in [0,4; 0,8]$.

№14. При каких значениях параметра a уравнение $\cos^4 3x - 2(a+1)\cos^2 3x - 2a - 3 = 0$ имеет хотя бы одно решение?

Ответ: при $a \in [-1,5; -1]$.

№15. При каких значениях параметра a уравнение $2\cos^2 x - (2a+9)\cos x + 9a = 0$ не имеет решений?

Ответ: при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$.

№16. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\cos 26x + 2(4+11a)\sin 13x - 154a + 41 = 0$ имеет решение.

Ответ: при $a \in \left[\frac{2}{11}; \frac{4}{11}\right]$.

№17. Найдите все значения параметра m , при которых уравнение $(m^2 - 8m + 15) \left(\cos 6x \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \sin 6x \cdot \sin \frac{\pi}{5} \right) = 3m^2 - 12m - 15$ имеет решение.

Ответ: при $m \in [-3; 0] \cup [5; \infty)$.