

### Задачи на применение теорем Виета.

**№1.** Найдите все значения  $a$ , при которых квадрат разности различных действительных корней трехчлена  $ax^2 - 4x + 3a + 1$  меньше 8.

**Ответ:**  $(-\frac{4}{3}; -1) \cup (\frac{4}{5}; 1)$ .

**№2.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^2 - (9+a)x + 9 = 0$  имеет два различных действительных корня  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяющих неравенству  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 2$

**Ответ:**  $(-\infty; -1.5) \cup (-3; 9)$ .

**№3.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых сумма квадратов корней трехчлена  $x^2 - 4ax + 5a - 1$  равна 2.

**Ответ:**  $a = 0$ .

**№4.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых сумма квадратов различных корней уравнения  $x^2 - ax + a - 1 = 0$  будет наименьшей.

**Ответ:**  $a = 1$ .

**№5.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^2 + (3+a)x + a - 5 = 0$  имеет корни разных знаков, причем положительный корень по модулю меньше отрицательного.

**Ответ:**  $(-3; 5)$ .

**№6.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых квадратное уравнение  $ax^2 + 2ax + 9 = 0$  имеет корни одного знака.

**Ответ:**  $a \geq 9$ .

**№7.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^4 - (a-2)x^2 + a^2 - 9 = 0$  имеет ровно три различных корня.

**Ответ:**  $a = 3$ .

**№8.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^4 - (a-3)x^2 + a^2 - 16 = 0$  имеет ровно один корень.

**Ответ:**  $a = -4$ .

**№9.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых  $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 9 = 0$  имеет только положительные корни.

**Ответ:**  $a > 3$ .

**№10.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $x^4 - 2(a+1)x^2 + a^2 - 9 = 0$  не имеет корней.

**Ответ:**  $a < -3$ .

**№11.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых сумма квадратов различных действительных корней трехчлена  $p(x) = x^2 - (a+2)x + 4$  не больше 17.

**Ответ:**  $[-7; -6) \cup (2; 3]$ .

**№12.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых квадрат разности действительных корней уравнения  $x^2 - (2a-2)x + a + 5 = 0$  меньше 24.

**Ответ:**  $(-2; -1] \cup [4; 5)$ .

**№13.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $ax^2 + x + a - 1 = 0$

имеет два различных действительных корня  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяющих неравенству

$$\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| > 1.$$

**Ответ:**  $(0; 1) \cup (1; 2)$ .

№14. Известно, что  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $5x^2+4x-13=0$ . Не решая уравнение, найдите значение выражения  $3x_1x_2-x_1-x_2$ .

№15. Корни уравнения  $x^2+20x+a=0$  относятся как 7:3. Найдите значения параметра  $a$  и корни уравнения.

№16. Корни  $x_1$  и  $x_2$  уравнения  $x^2+4x+n=0$  удовлетворяют условию  $3x_1-x_2=8$ . Найдите корни уравнения и значение параметра  $n$ .

№17. Известно, что  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2-9x+6=0$ . Не решая уравнение, найдите значение выражения:

- 1)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ;      3)  $x_1 - x_2$ ;      5)  $x_1^3 + x_2^3$ .
- 2)  $x_1^2 + x_2^2$ ;      4)  $x_1x_2^3 + x_2x_1^3$ ;

№18. При каких значениях параметра  $a$  сумма квадратов корней уравнения  $3x^2+ax-7=0$  равна  $\frac{46}{9}$

№19. При каких значениях параметра  $a$  сумма корней уравнения  $x^2+(a^2+2a-3)x+a=0$  равна нулю?

№20. При каких значениях параметра  $a$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2-4x+a=0$  равна: 1) 12; 2) 6?