

I уровень

Вариант I

1. В $\triangle ABC$ на стороне AB выбрана точка D , такая, что $BD : BA = 1 : 3$. Плоскость, параллельная прямой AC и проходящая через точку D , пересекает отрезок BC в точке D_1 .
 - а) Докажите, что $\triangle DBD_1 \sim \triangle ABC$.
 - б) Найдите AC , если $DD_1 = 4$ см.
2. Плоскости α и β пересекаются по прямой C . Плоскость γ , параллельная прямой C , пересекает плоскости α и β по прямым a и b соответственно. Докажите, что $a \parallel \beta$ и $b \parallel \alpha$.

Вариант II

1. Точка D лежит на отрезке AB , причем $BD : BA = 1 : 4$. Через точку A проведена плоскость α , через точку D – отрезок DD_1 , параллельный α . Прямая BD_1 , пересекает плоскость α в точке C .
 - а) Докажите подобие $\triangle DBD_1$ и $\triangle ABC$.
 - б) Найдите DD_1 , если $AC = 12$ см.
2. Параллельные прямые a и b лежат в плоскости γ . Через прямую a проведена плоскость α , а через прямую b – плоскость β так, что α и β пересекаются по прямой c . Докажите, что $c \parallel \gamma$.

II уровень

Вариант I

1. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ выбрана точка A_1 так, что $DA_1 = 4$ см. Плоскость, параллельная диагонали AC , проходит через точку A_1 и пересекает сторону CD в точке C_1 .
 - а) Докажите, что $\triangle C_1DA_1 \sim \triangle ABC$.
 - б) Найдите AC , если $BC = 10$ см, $A_1C_1 = 6$ см.
2. Докажите, что если каждая из двух пересекающихся плоскостей параллельна данной прямой, то линия их пересечения также параллельна этой прямой.

Вариант II

1. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана точка C_1 так, что $C_1B = 3$ см. Плоскость, параллельная диагонали AC , проходит через точку C_1 и пересекает сторону AB в точке A_1 .
 - а) Докажите, что $\triangle ADC \sim \triangle C_1BA_1$.
 - б) Найдите AD , если $A_1C_1 = 4$ см, $AC = 12$ см.
2. Точка S не лежит в плоскости параллелограмма $ABCD$. Докажите, что линия пересечения плоскостей SAB и SCD параллельна плоскости параллелограмма.