ТРИДЦАТЬ ДЕВЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

11 класс, устный тур, 25 марта 2018 г.

1. Хозяйка испекла квадратный торт и отрезала от него несколько кусков. Первый разрез проведён параллельно стороне исходного квадрата от края до края. Следующий разрез проведён в оставшейся части от края до края перпендикулярно предыдущему разрезу, далее аналогично (сколько-то раз). Все отрезанные куски имеют равную площадь. Может ли оставшаяся часть торта быть квадратом?

Б. Френкин

2. Пусть X — некоторая фиксированная точка на стороне AC треугольника ABC (X отлична от A и C). Произвольная окружность, проходящая через X и B, пересекает отрезок AC и описанную окружность треугольника ABC в точках P и Q, отличных от X и B. Докажите, что все возможные прямые PQ проходят через одну точку.

М. Панов

3. 16 карточек с целыми числами от 1 до 16 разложены лицевой стороной вниз в виде таблицы 4×4 так, что карточки, на которых записаны соседние числа, лежат рядом (соприкасаются по стороне). Какое наименьшее число карточек нужно одновременно перевернуть, чтобы наверняка определить местоположение всех чисел (как бы ни были разложены карточки)?

М. Евдокимов

4. Имеется натуральное 1001-значное число A. 1001-значное число Z — то же число A, записанное от конца к началу (например, для четырёхзначных чисел это могли быть 7432 и 2347). Известно, что $A > Z$. При каком A частное A/Z будет наименьшим (но строго больше 1)?

А. Толпыго

5. Можно ли расположить в пространстве пять сфер так, чтобы для каждой из сфер можно было провести через ее центр касательную плоскость к остальным четырем сферам? Сферы могут пересекаться и не обязаны иметь одинаковый радиус.

М. Мурашкин

6. Дано натуральное число $n > 1$. Что больше: количество способов разрезать клетчатый квадрат $3n \times 3n$ на клетчатые прямоугольники 1×3 или количество способов разрезать клетчатый квадрат $2n \times 2n$ на клетчатые прямоугольники 1×2?

В. Брагин