

Олимпиада «Ломоносов» по математике

8 класс, 2015 год

1. На день рождения Андрея последней пришла Яна, подарившая ему мяч, а предпоследним — Эдуард, подаривший ему калькулятор. Испытывая калькулятор, Андрей заметил, что произведение количества всех его подарков на количество подарков, которые были у него до прихода Эдуарда, ровно на 16 больше, чем произведение его возраста на количество подарков, которые были у него до прихода Яны. Сколько подарков у Андрея?

81

2. В равностороннем треугольнике ABC на стороне BC выбраны точки A_1 и A_2 так, что $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$. На стороне AC выбрана точка B_1 так, что $AB_1 : B_1C = 1 : 2$. Найдите сумму углов AA_1B_1 и AA_2B_1 .

00

3. Все натуральные числа разбили на «хорошие» и «плохие» по следующим правилам:

1) из любого плохого числа можно вычесть некоторое натуральное число, не превосходящее его половины, так, чтобы получившаяся разность стала хорошей;

2) из хорошего числа нельзя вычесть не более половины так, чтобы оно осталось хорошим.

Известно, что число 1 — хорошее. Найдите ближайшее к 2015 хорошее число.

047

4. В треугольнике ABC , основание AB которого лежит на оси абсцисс, проведены высоты AM , BN и CK . Найдите длину основания AB , если известны координаты точек $M(2, 2)$ и $N(4, 4)$.

4

5. В некоторой стране алфавит состоит из трёх букв: М, Г и У. Словом называется любая состоящая из этих букв конечная последовательность, в которой две согласные не могут стоять рядом и две гласные не могут стоять рядом. Сколько в этой стране состоящих из 200 букв слов, которые содержат каждую из трёх букв хотя бы по разу?

1012

6. График квадратичной функции $f(x) = x^2 + 2px - p^2 + 7p - 2015$ пересекает координатные оси в трёх точках A , B и C . Найдите значение p , при котором произведение длин отрезков $OA \cdot OB \cdot OC$ будет наименьшим.

2