

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 22

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

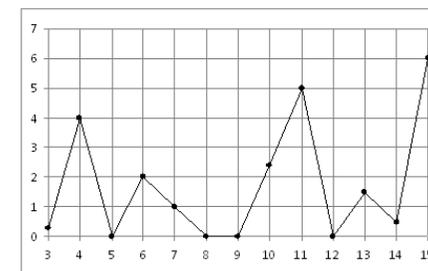
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

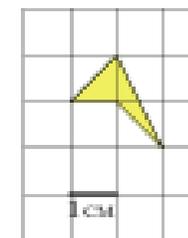
Часть 1

1. Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

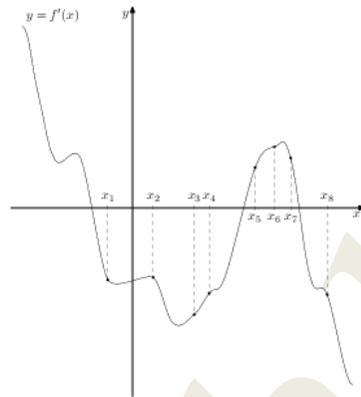


4. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 5$.

6. В треугольнике ABC $AC = BC = 4\sqrt{15}$, $\cos BAC = 0,25$.
Найдите высоту AH .

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $AB = 2$, ребро $AD = \sqrt{5}$, ребро $AA_1 = 2$. Точка K — середина ребра BB_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1 , D_1 и K .

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2$

10. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100}$ м⁻¹, $b = 1$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

11. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$3^{2x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+x+6} + 3^{2x+12} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\sqrt[3]{9}; \sqrt{8}]$

14. Основание прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ —равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 2BC$ и боковой стороной $AB = BC$.

а) Докажите, что $AB \perp DB_1$.

б) Найдите угол между прямыми CD_1 и DB_1 , если боковая грань $AA_1 D_1 D$ —квадрат.

15. Решите неравенство:

$$\log_3 \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \log_3 \left(\frac{1}{x} + 1 \right) \leq \log_3 (8x - 1).$$

16. В равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписана окружность. Прямая l касается этой окружности и параллельна прямой AC . Расстояние от точки B до прямой l равно радиусу окружности.

а) Докажите, что треугольник ABC равносторонний.

б) Найдите расстояние между точками, в которых данная окружность касается сторон AB и BC , если радиус окружности равен 3.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший—не менее 0,6 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} |2a - 4x - 3| \geq 9, \\ x^2 + a \leq 4x + 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности найденных сумм и полученные 6 чисел складывают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее возможное значение полученного результата?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 22

1	404
2	4
3	1
4	0,3
5	0,5
6	7,5
7	5
8	5
9	2
10	90
11	45
12	-1

13	а) -2; 3; б) -2.
14	$\arccos \frac{\sqrt{35}}{14}$
15	$\left[\frac{1}{2}; 1 \right)$.
16	$3\sqrt{3}$
17	20
18	5; 8
19	а) Нет б) Нет в) 4