

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 19****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

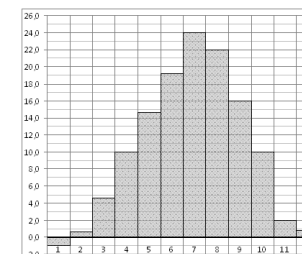
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

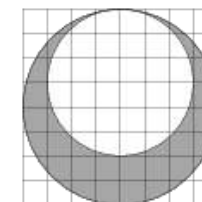
Часть 1

1. Теплоход рассчитан на 1100 пассажиров и 35 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 90 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



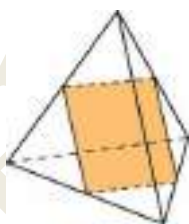
4. В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

5. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{8}}(13 - x) = -2$.

6. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + t^2 - 9t + 12$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 15 м/с?

8. Ребра тетраэдра равны 1. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырех его ребер.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$

10. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — в пять раз дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула

приняла вид $R = \frac{5In + Op + 3Tr + Q}{A}$. Если по всем четырем

показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

11. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

12. Найдите точку минимума функции $y = \frac{1}{3}x\sqrt{x} - 9x + 59$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin 8\pi x + 1 = \cos 4\pi x + \sqrt{2} \cos\left(4\pi x - \frac{\pi}{4}\right);$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2 - \sqrt{7}; \sqrt{7} - 2\right]$.

14. Через середину ребра AB куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведена плоскость, параллельная прямым BD_1 и $A_1 C_1$.

а) Докажите, что эта плоскость делит диагональ DB_1 в отношении $3 : 5$, считая от вершины D .

б) Найдите площадь полученного сечения, если ребро куба равно 4.

15. Решите неравенство:

$$x^2 + (x+2)^2 < \frac{60}{x^2 + 2x + 3}.$$

16. На стороне BC треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая отрезок AB в точке D . При этом $\angle ABC = \angle ACD$.

а) Докажите, что прямая CD разбивает треугольник ABC на два подобных треугольника.

б) Найдите отношение площадей этих подобных треугольников, если $AC = 15$, $BC = 20$.

17. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн руб., где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 1 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$$

имеет единственный корень.

19. В ряд выписаны числа $1^2, 2^2, \dots, (N-1)^2, N^2$. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «-» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

- 4, если $N = 12$?
- 0, если $N = 69$?
- 0, если $N = 64$?
- 5, если $N = 90$?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 19

1	13
2	25
3	7
4	0,48
5	-51
6	21
7	4
8	0,25
9	-16
10	10
11	8,4
12	324

13	а) $\pm\frac{1}{12} + \frac{k}{2}; \frac{1}{8} + \frac{k}{2}; k \in \mathbb{Z};$ б) $\pm\frac{5}{12}, \pm\frac{1}{12}, \pm\frac{7}{12}, -\frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}$
14	$7\sqrt{6}$
15	$(-3; 1).$
16	$9 : 16$
17	13
18	$\{0\} \cup \left[-\frac{2}{3}; -\frac{2}{7}\right)$
19	а) Да б) Нет в) Да г) Да