

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 18****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

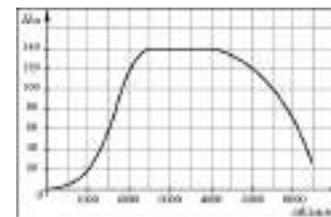
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

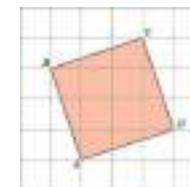
Часть 1

1. Выпускники 11 «А» покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 9 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 19 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

2. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н*м. Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой $V = 0,036n$, где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н*м? Ответ дайте в километрах в час.



3. Найдите площадь квадрата, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.) Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

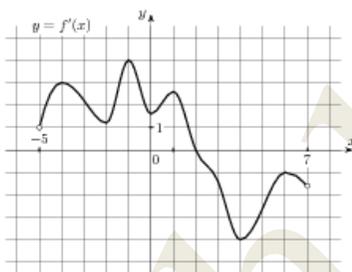


4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Украины и 8 прыгунов из Бразилии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать прыгун из Бразилии.

5. Найдите решение уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 81^x$.

6. В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 8$, AH — высота, $CH = 4$. Найдите $\cos ACB$.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

10. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с —

скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с.

11. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x + \frac{72}{x} + 9$ на отрезке $[-18; -0,5]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x}{2\cos x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14. Точки M и N — середины боковых рёбер соответственно AA_1 и CC_1 прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$.

а) Докажите, что отрезок, соединяющий вершину B_1 с серединой ребра AC , делится плоскостью BMN в отношении 2 : 1, считая от точки B_1 .

б) Найдите угол между плоскостями AA_1C_1 и MBN , если $AB = BC = 15$, $AC = 24$ и $AA_1 = 144$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}.$$

16. Длины сторон AB , AD , BC и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию.

а) Докажите, что в этот четырёхугольник можно вписать окружность.

б) Найдите радиус этой окружности, если $AB = 6$, $AD = 8$, $BC = 10$, $CD = 12$ и $BD = BC$.

17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 26 месяцев. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 25-й долг должен быть на 20 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 26-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 25-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1407 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 4x + y^2 - 4y + 3 = |x^2 + y^2 - 1| \\ 5x - 5y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

19. Бухгалтеру требуется выдать премии сотрудникам на общую сумму 600 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — натуральное число, кратное 1 000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1 000 рублей и 100 купюр по 5 000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40 000 рублей, а остальное поделить поровну на 70 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников задание удастся выполнить при любом распределении размеров

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 18

1	2070
2	72
3	10
4	0,32
5	-0,2
6	-0,5
7	6
8	92
9	-12
10	751
11	320000
12	-15

13	а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; \frac{7\pi}{3}; 3\pi.$
14	$\operatorname{arctg} \frac{1}{8}$
15	$[0; 2) \cup (2; 5).$
16	4
17	400 000
18	$[-5; 5\sqrt{2} - 10)$
19	а) Да б) Нет в) 26