

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 16

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

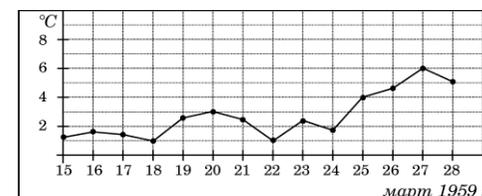
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

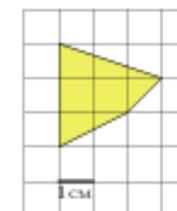
1. В школе 92 ученика изучают французский язык, что составляет 23% от числа всех учеников. Сколько учеников учится в школе?

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются



числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода среднесуточная температура была от 2 до 7 градусов Цельсия.

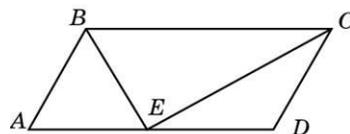
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. В сборнике билетов по математике всего 60 билетов, в 9 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по производной.

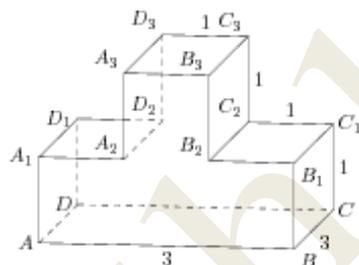
5. Решите уравнение $\frac{23x}{2x^2 + 15} = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

6. Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Меньшая сторона параллелограмма равна 5. Найдите его большую сторону.



7. Прямая $y = 8x + 2$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 18$. Найдите a .

8. Найдите квадрат расстояния между вершинами B_2 и D_3 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt{65^2 - 56^2}$

10. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$, где \mathcal{E} — ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{r}$? (Ответ выразите в Омах.)

11. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 - 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-6; 1]$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin 2x + \sqrt{2} \sin x = 2 \cos x + \sqrt{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Дана правильная четырёхугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основаниями $ABCD$ и $A_1 B_1 C_1 D_1$. Точка М — середина ребра $B_1 C_1$. Прямые CA_1 и BM перпендикулярны.

а) Докажите, что диагональ основания призмы вдвое больше бокового ребра.

б) Найдите угол между прямой CA_1 и плоскостью BCC_1 .

15. Решите неравенство:

$$-9 < x^4 - 10x^2 \leq 56.$$

16. Дан четырёхугольник $ABCD$.

а) Докажите, что отрезки LN и KM , соединяющие середины его противоположных сторон, делят друг друга пополам.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $LM = 3\sqrt{3}$, $KM = 6\sqrt{3}$, $\angle KML = 60^\circ$.

17. Вклад в размере 20 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 20% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 24 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любой из корней уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяет неравенству $|x| < 1$.

19. Ученики писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 83 баллов. Из-за того, что задания оказались трудными, всем участникам теста добавили по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Мог ли средний балл участников, не сдавших тест, понизиться?

б) Мог ли средний балл участников, сдавших тест, понизиться и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизиться?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 90, средний балл участников, сдавших тест, составил 100, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 75. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 103, а не сдавших тест—79. При каком минимальном числе участников теста возможна такая ситуация?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 16

1	400
2	8
3	5
4	0,85
5	2
6	10
7	1
8	11
9	33
10	4
11	7
12	48

13	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k;$ б) $\frac{5\pi}{4}; \frac{5\pi}{2}.$
14	$\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2}{3}}$
15	$[-\sqrt{14}; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; \sqrt{14}].$
16	$54\sqrt{3}$
17	4
18	$\{0\} \cup (2 + \sqrt{3}; 2 + \sqrt{5})$
19	а) Да б) Да в) 15