

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 13****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

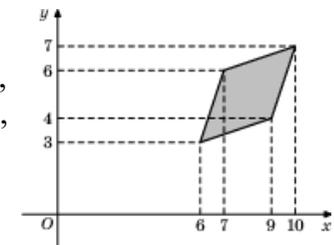
Часть 1

1. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 15 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 5 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 7 литров маринада?

2. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(6;3)$, $(9;4)$, $(10;7)$, $(7;6)$.

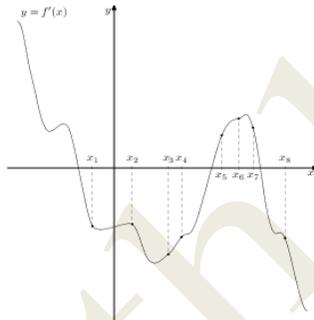


4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

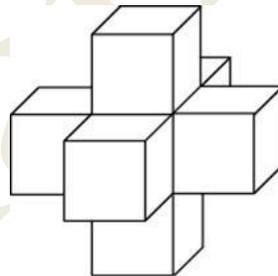
5. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 81^x$.

6. В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = \sqrt{17}$, AH — высота, $CH = 4$. Найдите $\operatorname{tg}ACB$.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



8. Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt{65^2 - 56^2}$.

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

11. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго.

12. Найдите точку минимума функции $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{2 \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) + \sin 4x}{\log_3(\sqrt{2} \sin x)} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\arcsin 0; \pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

14. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$.

а) Докажите, что прямая B_1C_1 перпендикулярна линии пересечения плоскостей ABC_1 и ACB_1 .

б) Найдите угол между плоскостями ABC_1 и ACB_1 , если $AB = AA_1 = 4$.

15. Решите неравенство: $\log_{2+x} \frac{1}{3} + \log_{2-x} 3 \leq 0$.

16. Дан квадрат $ABCD$. Точки K, L, M – середины сторон AB, BC и CD соответственно. AL пересекает DK в точке P ; DL пересекает AM в точке T ; AM пересекает DK в точке O .

а) Докажите, что вокруг четырехугольника $PLTO$ можно описать окружность.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырехугольник $PLTO$, если $AB = 2$.

17. Алина Алексеевна взяла в кредит 1,8 млн. рублей на 36 месяцев. По договору Алина Алексеевна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 3%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Алиной Алексеевной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Алиной Алексеевной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и те же величину каждый месяц. На сколько рублей больше Алина Алексеевна вернет банку в течение первого года кредитования по сравнению с третьим годом?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$2^{\sin x} + 4 \sin x + \sqrt{\sin x} + 2 = a \cdot \log_2 \frac{16}{1 + \sin x}$$

не имеет корней.

19. Участники одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 73 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 80, средний балл участников, сдавших тест, составил 90, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 65. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 93, а не сдавших — 69. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 13

1	21
2	31
3	8
4	0,019
5	-0,2
6	-0,25
7	5
8	7
9	33
10	1,4
11	100
12	-3

13	а) $\frac{3\pi}{8} + 2\pi k; \frac{7\pi}{8} + 2\pi k$ б) $\frac{3\pi}{8}$
14	$\arccos \frac{1}{7}$
15	$(-1; 0] \cup (1; 2)$
16	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
17	432 тыс. рублей
18	$a \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup (3; \infty)$
19	а) да б) да в) 15