

УРАВНЕНИЯ

Решите уравнение (1-62):

1) $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$

2) $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} = 10$

3) $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$

4) $\frac{1}{(x-3)^2} = \frac{3}{x-3} + 4$

5) $(x-2)(x-3)(x-4) = (x-2)(x-3)(x-5)$

6) $(x+3)(x+1)(x-7) = (x+3)(x+1)(x-8)$

7) $(x+5)^3 = 25(x+5)$

8) $(x+7)^3 = 49(x+7)$

9) $(x-2)^2(x-3) = 12(x-2)$

10) $(x+1)^2(x-4) = -6(x+1)$

11) $(x-1)(x^2+4x+4) = 4(x+2)$

12) $x(x^2+2x+1) = 2(x+1)$

13) $(2x-3)^2(x-3) = (2x-3)(x-3)^2$

14) $(2x-9)^2(x-9) = (2x-9)(x-9)^2$

15) $x^3 = 4x^2 + 5x$

16) $x^3 - 3x^2 = 4x$

17) $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$

18) $x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0$

19) $2x^3 - 5x^2 - 2x + 5 = 0$

20) $2x^3 - x^2 - 8x + 4 = 0$

21) $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$

22) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

23) $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0$

24) $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$

25) $(x-5)^4 - 3(x-5)^2 - 4 = 0$

26) $(x+2)^4 + 5(x+2)^2 - 36 = 0$

27) $x^5 - 9x^3 + 20x = 0$

28) $x^5 - 7x^3 + 12x = 0$

29) $(x^2+4x)(x^2+4x-17) = -60$

30) $(x^2-5x)(x^2-5x+10) + 24 = 0$

31) $\left(\frac{x^2-3x}{2} + 3\right)\left(\frac{x^2-3x}{2} - 4\right) + 10 = 0$

32) $\left(2 - \frac{x^2+2x}{3}\right)\left(4 - \frac{x^2+2x}{3}\right) = 3$

33) $x^4 = (x-20)^2$

34) $x^4 = (4x-5)^2$

35) $x^6 = (6x-5)^3$

36) $x^6 = (6x-8)^3$

37) $\frac{2x^2+7x+3}{x^2-9} = 1$

38) $\frac{2x^2+7x-4}{x^2-16} = 1$

39) $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$

40) $x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$

41) $(x^2-25)^2 + (x^2+3x-10)^2 = 0$

42) $(x^2-49)^2 + (x^2+4x-21)^2 = 0$

43)
$$\frac{6-x}{3x^2-12} - \frac{2}{x-2} = 1$$

45)
$$\frac{x+5}{x-5} + \frac{x}{x+5} = \frac{50}{x^2-25}$$

47)
$$\frac{2x}{2x-3} - \frac{3x}{2x+3} = \frac{15-32x^2}{4x^2-9}$$

49)
$$\frac{2}{3x+1} - \frac{x}{1-3x} = \frac{2x}{9x^2-1}$$

51)
$$\frac{16}{x^2+x} - \frac{6}{x^2-x} = \frac{1}{x}$$

53)
$$\frac{1}{x+6} + \frac{2}{x-2} = \frac{2}{x-6}$$

55)
$$\frac{4x+8}{x^2-4} + 2x+5=0$$

57)
$$\frac{36}{4-x^2} + 2 = \frac{1-x}{x+2} - \frac{9}{x-2}$$

59)
$$\frac{2-x}{x^2+3x} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$$

61)
$$\frac{2}{x^2+10x+25} - \frac{10}{25-x^2} = \frac{1}{x-5}$$

44)
$$\frac{x+8}{2x^2-18} - \frac{2}{x-3} = 1$$

46)
$$\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$$

48)
$$\frac{2x}{3x-1} - \frac{x}{3x+1} = \frac{9-3x^2}{9x^2-1}$$

50)
$$\frac{6}{1-2x} + \frac{9}{2x+1} = \frac{12x^2-15}{4x^2-1}$$

52)
$$\frac{3}{x^2+4x} - \frac{15}{x^2-4x} = \frac{4}{x}$$

54)
$$\frac{7}{x-3} + \frac{1}{x+6} = \frac{5}{x-6}$$

56)
$$\frac{6x-18}{x^2-9} + 2x-7=0$$

58)
$$\frac{3x}{x+3} - \frac{42}{x^2-9} = 1 + \frac{7}{3-x}$$

60)
$$\frac{4}{4x^2-1} - \frac{x-1}{2x^2+x} = \frac{2}{2x-1}$$

62)
$$\frac{1}{x^2-12x+36} + \frac{12}{36-x^2} = \frac{1}{x+6}$$

63) При каких значениях k уравнение $x^2 + kx + 2 = 0$ имеет корни?

64) При каких значениях k уравнение $3x^2 + kx + 1 = 0$ не имеет корней?

65) Найдите все целые значения k , при которых уравнение $kx^2 - 6x + k = 0$ имеет два различных корня.

66) Найдите все целые значения m , при которых уравнение $mx^2 - 5x + \frac{1}{4}m = 0$ имеет два различных корня.

67) При каких значениях c уравнение $x^2 - 18x + 100 = c$ имеет корни?

68) При каких значениях c уравнение $-x^2 + 12x - 21 = c$ имеет корни?

69) Один из корней уравнения $5x^2 - 2x + 3p = 0$ равен 1. Найдите второй корень.

70) Один из корней уравнения $3x^2 + 5x + 2m = 0$ равен -1 . Найдите второй корень.

71) При каких значениях m уравнение $x^3 + 6x^2 + mx = 0$ имеет два корня?

72) При каких значениях k уравнение $4x^3 + 4x^2 + kx = 0$ имеет два корня?

73) При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 2ax + (a+1)(a-1) = 0$ принадлежат промежутку $[-5; 5]$?

74) При каких значениях p корни уравнения $x^2 - 2(p+1)x + p(p+2) = 0$ принадлежат промежутку $[-1; 3]$?

75) При каких значениях a один корень уравнения $x^2 - (a+1)x + 2a^2 = 0$ больше $\frac{1}{2}$, а другой меньше $\frac{1}{2}$?

76) При каких значениях a один корень уравнения $x^2 - a^2x - 4a + 2 = 0$ меньше 2, а другой больше 2?

77) При каких значениях a число 1 находится между корнями квадратного трехчлена $x^2 + (a+1)x - a^2$?

78) При каких значениях a число 1 находится между корнями квадратного трехчлена $-x^2 + 2(a-1)x + a^2$?

79) При каких значениях b уравнение $x^2 + 2(b+1)x + 9 = 0$ имеет два различных положительных корня?

80) При каких значениях k уравнение $x^2 - 4x + (2-k)(2+k) = 0$ имеет корни разных знаков?

81) При каком значении m сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (2-m)x - m - 3 = 0$ минимальна?

82) При каком значении m сумма квадратов корней уравнения $x^2 + 2mx + m - 1 = 0$ минимальна?

Решите уравнение (**83-109**):

83) $(2x^2 - x + 1)^2 + 6x = 1 + 9x^2$

84) $x^2 + 1 = 2x + (3x^2 - x - 2)^2$

85) $(x-2)^2(x^2 - 4x + 3) = 12$

86) $(x^2 + 6x)^2 - 2(x+3)^2 - 17 = 0$

87) $(x^2 - 7x + 13)^2 - (x-3)(x-4) = 1$

88) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x-3)(x-2) = 1$

89) $(x-2)(x-1)(x+2)(x+3) = 60$

90) $x(x+1)(x+2)(x+3) = 120$

91) $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$

92) $\frac{x^2 - 14}{x} - \frac{10x}{x^2 - 14} = 3$

93) $\left(\frac{x^2 + 12}{9 - x^2}\right)^2 - \left(\frac{7x}{x^2 - 9}\right)^2 = 0$

94) $\left(\frac{x^2 + 10}{4 - x^2}\right)^2 - \left(\frac{7x}{x^2 - 4}\right)^2 = 0$

95) $\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$

96) $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x(x-4)} = \frac{4}{3}$

$$97) \left(x - \frac{2x}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = 5$$

$$98) \left(x + \frac{3x}{x-3}\right)^2 = 4 - \frac{3x^2}{x-3}$$

$$99) 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$$

$$100) 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 11\left(x - \frac{1}{x}\right) + 8 = 0$$

$$101) \frac{12}{(x+1)(x+5)} + \frac{15}{(x+2)(x+4)} = 2$$

$$102) \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{9}{(x-1)(x+5)} = -1$$

$$103) x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$104) x^3 - x^2 - 9x - 6 = 0$$

$$105) x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$106) x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = 0$$

$$107) x^3 - x^2 - \frac{8}{x^3 - x^2} = 2$$

$$108) x^4 - 4x^3 + 12x - 9 = 0$$

$$109) x^4 - 3x^3 + 6x - 4 = 0$$

ОТВЕТЫ

- 1) $-\frac{1}{3}$; 1. 2) $-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}$. 3) $\frac{3}{2}$; $\frac{7}{3}$. 4) 2; $\frac{13}{4}$. 5) 2; 3. 6) -3; -1. 7) -10; -5; 0. 8) -14; -7; 0. 9) -1; 2; 6. 10) -1; 1; 2. 11) -3; -2; 2. 12) -2; -1; 1. 13) 0; $\frac{3}{2}$; 3. 14) 0; $\frac{9}{2}$; 9. 15) -1; 0; 5. 16) -1; 0; 4. 17) -3; $\pm\sqrt{2}$. 18) $\pm\sqrt{3}$; 3. 19) -1; 1; 2,5. 20) -2; 0,5; 2. 21) $\pm\sqrt{2}$. 22) $\pm\sqrt{3}$; ± 2 . 23) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$; ± 3 . 24) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$; ± 2 . 25) 3; 7. 26) -4; 0. 27) $\pm\sqrt{5}$; ± 2 ; 0. 28) $\pm\sqrt{3}$; ± 2 ; 0. 29) -6; -5; 1; 2. 30) 1; 2; 3; 4. 31) -1; 1; 2; 4. 32) -5; -3; 1; 3. 33) -5; 4. 34) -5; 1. 35) 1; 5. 36) 2; 4. 37) -4. 38) -3. 39) -1. 40) -2. 41) -5. 42) -7. 43) -3; $\frac{2}{3}$. 44) -3,5; 2. 45) 2,5. 46) 1. 47) -1; 0,5. 48) -1,5; 1. 49) -2. 50) 0. 51) 3; 7. 52) -2; -1. 53) -2; 18. 54) -4; 12. 55) 1,5. 56) -2,5. 57) -4. 58) -2. 59) 1. 60) $\frac{1}{3}$. 61) -3. 62) 7. 63) $(-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; \infty)$. 64) $(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$. 65) ± 1 ; ± 2 . 66) ± 1 ; ± 2 ; ± 3 ; ± 4 . 67) $[19; \infty)$. 68) $(-\infty; 15]$. 69) $-\frac{3}{5}$. 70) $-\frac{2}{3}$. 71) 0; 9. 72) 0; 1. 73) $[-4; 4]$. 74) $[-1; 1]$. 75) $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. 76) $(-\infty; -3) \cup (1; \infty)$.

- 77) $(-\infty; -1) \cup (2; \infty)$. 78) $(-\infty; -3) \cup (1; \infty)$. 79) $(-\infty; -4)$. 80) $(-\infty; -2) \cup (2; \infty)$. 81) 1. 82) 0,25. 83) $-1; 0; 1$. 84) $-1; -\frac{1}{3}; 1$. 85) $0; 4$. 86) $-7; -5; -1; 1$. 87) $3; 4$. 88) $2; 3$. 89) $-4; 3$. 90) $-5; 2$. 91) $-5; 1; -1 \pm \sqrt{6}$. 92) $-2; 7; -1 \pm \sqrt{15}$. 93) $-4; 4$. 94) $-5; 5$. 95) $-3; 1$. 96) $1; 3; 2 \pm \sqrt{3}$. 97) $-1; 2$. 98) $-6; 2$. 99) $0,5; 2$. 100) $-0,5; 2; 2 \pm \sqrt{5}$. 101) $-7; 1; \frac{-6 \pm \sqrt{10}}{2}$. 102) $-2 \pm \sqrt{3}$. 103) $2; 1 \pm \sqrt{2}$. 104) $-2; \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$. 105) -1 . 106) $-1; 0; 1; 2$. 107) $-1; 2$. 108) $\pm \sqrt{3}; 1; 3$. 109) $\pm \sqrt{2}; 1; 2$.