

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

Уравнения разбиты на три уровня сложности: А (простой), В (средний) и С (сложный). Уровни В и С по сложности максимально приближены к 13 заданиям ЕГЭ по профильной математике.

Уровень А

1А. $\sqrt{66-5x}=9.$

2А. $\sqrt{34+2x}=6.$

3А. $\sqrt{1-4x}=3.$

4А. $\sqrt{\frac{5}{3x-7}}=\frac{1}{2}.$

5А. $\sqrt{\frac{4x+40}{17}}=4.$

6А. $\sqrt{\frac{3}{20-5x}}=0,2.$

7А. $\sqrt[3]{x-10}=1.$

8А. $\sqrt[3]{2x-1}=5.$

9А. $\sqrt[5]{x-5}=-2.$

10А. $\sqrt[4]{2x-12}=2.$

11А. $\sqrt{7x-3}=-2.$

12А. $\sqrt[6]{4-3x}=-4$

13А. $\sqrt[3]{x^3+3x-15}=x.$

14А. $\sqrt[3]{x^3-3x-1}=x-1.$

15А. $3\sqrt[3]{x}=x-2.$

16А. $3\sqrt[3]{x-2}=x.$

17А. $\sqrt{x+5}\sqrt{x-3}=0.$

18А. $\sqrt{(x+5)(x-3)}=0.$

19А. $(25-x^2)\sqrt{3-x}=0.$

20А. $(x^2-4)\sqrt{x+1}=0.$

21А. $\sqrt{3x+7}=x+1.$

22А. $\sqrt{2x+3}=6-x.$

23А. $x-1=\sqrt{3-3x}.$

24А. $\sqrt{4+2x-x^2}=x-2.$

25А. $x-\sqrt{x+1}=5.$

26А. $2x=\sqrt{22-x}-11.$

27А. $\sqrt{x^2-4x+1}=\sqrt{3x+1}.$

28А. $\sqrt{2x^2-4x+5}=\sqrt{3x^2-x+1}.$

29А. $\sqrt[4]{2x+5}=\sqrt[4]{x+7}.$

ОТВЕТЫ

1А. -3. 2А. 1. 3А. -2. 4А. 9. 5А. 58. 6А. -11. 7А. 11. 8А. 63. 9А. -27. 10А. 14. 11А. $\emptyset$. 12А. $\emptyset$. 13А. 5. 14А. 0; 2. 15А. -1; 8. 16А. -6; 3. 17А. 3. 18А. -5; 3. 19А. -5; 3. 20А. -1; 2. 21А. 3. 22А. 3. 23А. 1. 24А. 3. 25А. 8. 26А. -3. 27А. 0; 7. 28А. -4; 1. 29А. 2.

Уровень В

а) Решите уравнение;

б) Найдите все корни принадлежащие промежутку.

1В. а) $\sqrt{5+x}-\sqrt{5-x}=\sqrt{x-1};$

б) $[2;3]$

2В. а) $\sqrt{x^2+9}-\sqrt{x^2-7}=2;$

б) $[0; \sqrt{17}]$

3B. а) $\sqrt{2x+6} = 2 + \sqrt{x+1};$

б) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{151}{10}\right]$

4B. а) $\sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2;$

б) $[0; \sqrt{5}]$

5B. а) $\sqrt{\frac{x+3}{x-3}} + \sqrt{x} = \sqrt{\frac{2x-6}{x-4}} + \sqrt{x};$

б) $[\sqrt{24}; \sqrt{35}]$

6B. а) $(\sqrt{36x^2+7} - \sqrt{35x^2+16})\sqrt{2-x} = 0;$

б) $[-\sqrt[3]{28}; \sqrt[3]{7}]$

7B. а) $\sqrt{4x} = |x-2|;$

б) $[0; 7]$

8B. а) $\sqrt{5-x} = |x-2|;$

б) $[0; 4]$

9B. а) $\sqrt{4+x\sqrt{36+x^2}} = x+2;$

б) $[0; \sqrt{6}]$

10B. а) $x = \sqrt{9+x\sqrt{24+x^2}} - 3;$

б) $[-\sqrt{0,9}; \sqrt{0,1}]$

11B. а) $\sqrt{x^3-4x^2-10x+29} = 3-x;$

б) $[-\sqrt{3}; \sqrt{30}]$

12B. а) $x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0;$

б) $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$

13B. а) $\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2+2x+1} = 2;$

б) $[1; 2]$

14B. а) $(x+1)\sqrt{x^2+4x-8} = 2(x+1);$

б) $[-\sqrt{35}; \sqrt{5}]$

15B. а) $2\sqrt[3]{x^2} + 5\sqrt[6]{x^2} - 18 = 0;$

б) $[3; \sqrt{65}]$

16B. а) $\sqrt{x^2+32} - 2\sqrt[4]{x^2+32} = 3;$

б) $[-\sqrt{50}; \sqrt{48}]$

17B. а) $\sqrt{x^3+8} + \sqrt[4]{x^3+8} = 6;$

б) $[\sqrt{3}; \sqrt{5}]$

18B. а) $\sqrt{3x^2-2x+15} + \sqrt{3x^2-2x+8} = 7;$

б) $\left[-\frac{1}{\sqrt{8}}; 1\right)$

19B. а) $\sqrt{x^2+5x+3} - \sqrt{x^2+5x-2} = 1;$

б) $[-\sqrt{37}; \sqrt{0,8}]$

20B. а) $3\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[3]{x^{-1}} = 2x^{-1};$

б) $[-2; 3]$

21B. а) $2x^2 + 3x - 5\sqrt{2x^2+3x+9} + 3 = 0;$

б) $[-\sqrt{20}; \sqrt{10}]$

22B. а) $x^2 + 3x - 18 + 4\sqrt{x^2+3x-6} = 0;$

б) $[-\sqrt{26}; \sqrt{3}]$

23B. а) $3x^2 + 2\sqrt{x^2+5x+1} = 2-15x;$

б) $[-\sqrt{26}; -1]$

$$24\text{B. a)} \sqrt{\frac{3-x}{2+x}} + 3\sqrt{\frac{2+x}{3-x}} = 4; \quad \text{б)} \left[-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right]$$

$$25\text{B. a)} \sqrt[3]{\frac{4x}{2x-3}} + 6\sqrt[3]{\frac{2x-3}{4x}} = 5; \quad \text{б)} \left[\frac{81}{50}; 2\right]$$

$$26\text{B. a)} \sqrt[4]{\frac{2x+1}{x-1}} + 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{2x+1}} = 3; \quad \text{б)} \left[-1; \frac{16}{13}\right]$$

$$27\text{B. a)} \sqrt[3]{5-2x} = \sqrt{3-x}; \quad \text{б)} \left[\frac{1}{2}; 2\right]$$

$$28\text{B. a)} \sqrt[3]{2x+3} = \sqrt{x+2}; \quad \text{б)} \left[\frac{3}{5}; 1\right]$$

$$29\text{B. a)} \sqrt[3]{2x-3} + \sqrt[3]{x-2} = 1; \quad \text{б)} [\sqrt{3}; \sqrt{5}]$$

$$30\text{B. a)} \sqrt[3]{20+x} - \sqrt[3]{x-8} = 4; \quad \text{б)} [-20; \sqrt{48}]$$

$$31\text{B. a)} \sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{x+1} = 3; \quad \text{б)} \left[1; \frac{22}{3}\right]$$

$$32\text{B. a)} \sqrt[3]{19+x} + \sqrt{17-x} = 6; \quad \text{б)} [-20; 7]$$

$$33\text{B. a)} \sqrt[3]{x+8} + \sqrt{1-x} = 3; \quad \text{б)} [-9; 1]$$

$$34\text{B. a)} \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[6]{x^2-1}; \quad \text{б)} [0; 2]$$

$$35\text{B. a)} \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2; \quad \text{б)} [0; 1]$$

$$36\text{B. a)} \sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 4; \quad \text{б)} [8; 10]$$

ОТВЕТЫ

1B. a) 1,4; 3; б) 3. 2B. a) -4; 4; б) 4. 3B. a) -1; 15; б) 15. 4B. a) 2; 34; б) 2.

5B. a) 5; 6; б) 5. 6B. a) -3; 2; б) -3. 7B. a) $4 \pm 2\sqrt{3}$; б) $4 - 2\sqrt{3}$. 8B. a)

$\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$; б) $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$. 9B. a) 0; 2,5; б) 0. 10B. a) -1; 0; б) 0. 11B. a) -2; 2; б) 2.

12B. a) 2; 5; б) 2. 13B. a) $[-1; 1]$; б) 1. 14B. a) -6; 2; б) 2. 15B. a) -8; 8; б)

8. 16B. a) -7; 7; б) -7. 17B. a) 2; б) 2. 18B. a) $-\frac{1}{3}$; 1; б) $-\frac{1}{3}$. 19B. a) -6; 1;

б) -6. 20B. a) $\pm 2\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{2}$. 21B. a) -4,5; 3; б) 3. 22B. a) -5; 2; б) -5. 23B.

- а) -5 ; 0; б) -5 . **24В.** а) $-1,5$; 0,5; б) 0,5. **25В.** а) $\frac{81}{50}$; 2; б) $\frac{81}{50}$. **26В.** а) -2 ; $\frac{17}{14}$; б) $\frac{17}{14}$. **27В.** а) 2; $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; б) 2. **28В.** а) -1 ; $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$; б) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **29В.** а) 2; б) 2. **30В.** а) -19 ; 7; б) -19 . **31В.** а) 0; 7; б) 7. **32В.** а) -83 ; -19 ; 8; б) -19 . **33В.** а) -35 ; -8 ; 0; б) -8 ; 0. **34В.** а) $\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **35В.** а) $[1; 2]$; б) 1. **36В.** а) $[4; 8]$; б) 8.

Уровень С

- 1С.** $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = 2$. **2С.** $\sqrt{x^2-3x+1} = |2x-1| - x$.
3С. $\sqrt{1-4x} + 2 = \sqrt{(2x+1)^2 - 8x}$. **4С.** $\sqrt[3]{5+x} - 2\sqrt[3]{5-x} = \sqrt[6]{25-x^2}$.
5С. $\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}$. **6С.** $\sqrt{x} + \sqrt{x+\sqrt{1-x}} = 1$.
7С. $\frac{3+x}{\sqrt{3}+\sqrt{3+x}} + \frac{3-x}{\sqrt{3}-\sqrt{3+x}} = 2\sqrt{3}$. **8С.** $\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}} = \sqrt{x^2-1}$.
9С. $\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}+1} = \sqrt{1-x^2}$. **10С.** $\frac{x}{\sqrt{4-x}+2} + \frac{x}{\sqrt{4+x}-2} = 2$.
11С. $\sqrt{\frac{x-5}{x+2}} + \sqrt{\frac{x-4}{x+3}} = \frac{7}{x+2} \sqrt{\frac{x+2}{x+3}}$. **12С.** $\frac{\sqrt[3]{12+x}}{x} + \frac{\sqrt[3]{12+x}}{12} = \frac{64}{3} \sqrt[3]{x}$.
13С. $\frac{\sqrt[3]{x-\sqrt{2}}}{2} - \frac{\sqrt[3]{x-\sqrt{2}}}{x^2} = \frac{x}{2} \sqrt[3]{\frac{x^3}{x+\sqrt{2}}}$. **14С.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{35}{12}$.

ОТВЕТЫ

- 1С.** 0. **2С.** 0. **3С.** -2 . **4С.** $\frac{63}{13}$. **5С.** 12. **6С.** 0. **7С.** -3 ; $\frac{3+3\sqrt{5}}{2}$. **8С.** 2. **9С.** $\pm\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{2}}$. **10С.** $-2\sqrt{3}$. **11С.** 6. **12С.** $-\frac{4}{43}$; $\frac{12}{127}$. **13С.** ± 1 . **14С.** $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{5}$.