

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 апреля 2017 года

Вариант МА10709

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

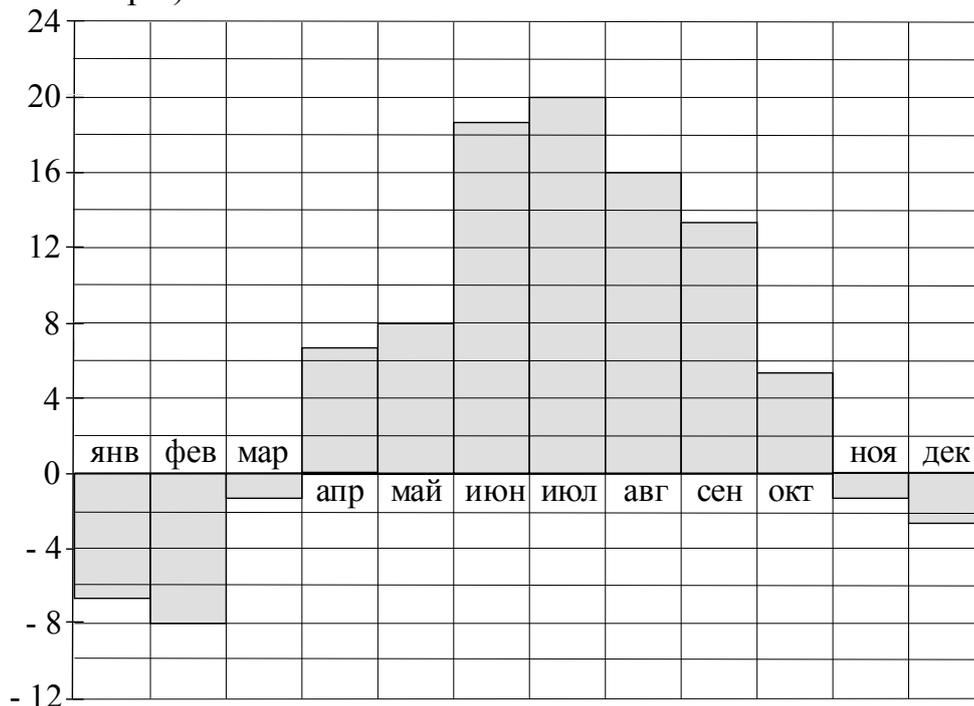
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 5700 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

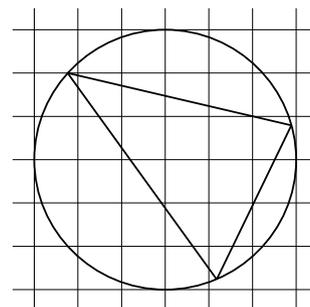
Ответ: _____.

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, в каком месяце среднемесячная температура впервые превысила 16 °С. В ответе запишите номер месяца. (Например, ответ 1 обозначает январь.)



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____.

- 4 В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью $0,2$ независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

Ответ: _____.

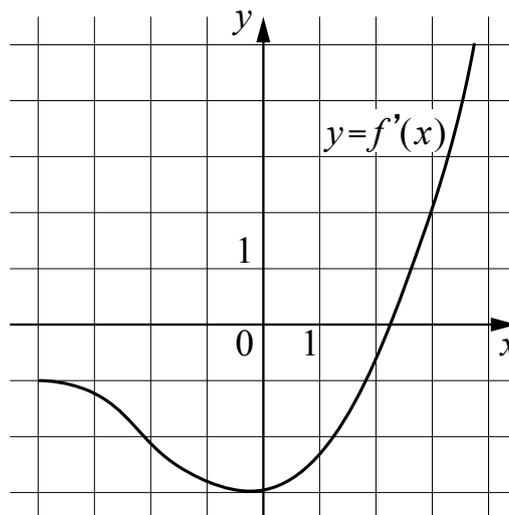
- 5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{8}}(4 - 4x) = -2$.

Ответ: _____.

- 6 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB боковая сторона равна $16\sqrt{15}$, $\sin \angle BAC = 0,25$. Найдите длину высоты AH .

Ответ: _____.

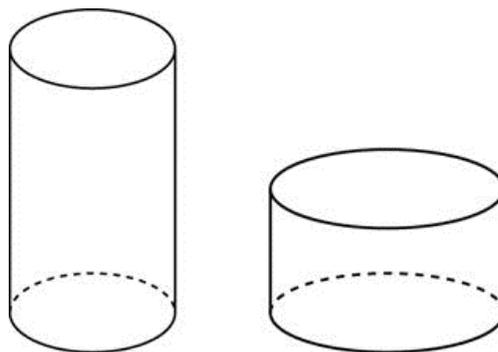
- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

- 8 Даны два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 36. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, а радиус основания в 3 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{3,5} \cdot \sqrt{1,5}}{\sqrt{0,21}}$.

Ответ: _____.

- 10 Автомобиль, масса которого равна $m = 1500$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $S = 600$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю (тяги двигателя), равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите время после начала движения автомобиля, за которое он пройдёт указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, равна 2000 Н. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

- 11 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 50 км/ч. Длина товарного поезда равна 1200 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 5x^2 + 7x + 22$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$.

16 Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = \sqrt{21}$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

18 Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $4^x + (a - 6)2^x = (2 + 3|a|)2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$ имеет единственное решение.

19 Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем значение выражения

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}?$$

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 апреля 2017 года

Вариант МА10710

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

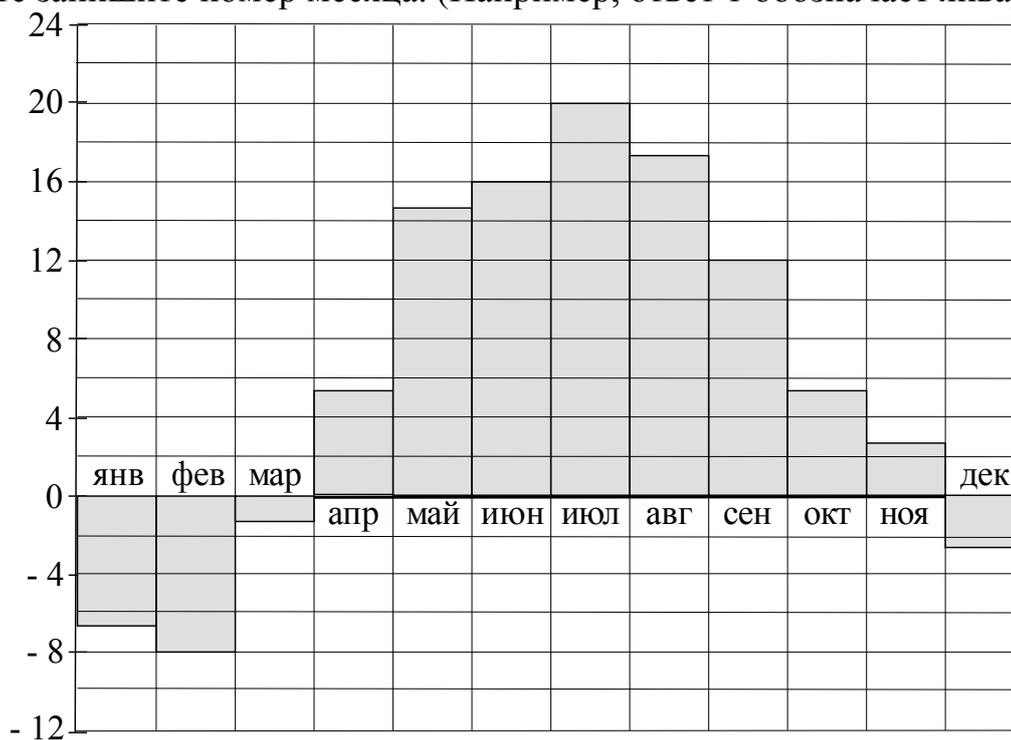
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 20 % от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 4100 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____.

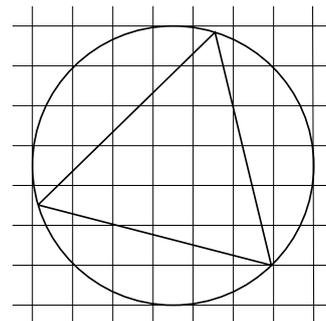
2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, в каком месяце среднемесячная температура впервые превысила 14 °С. В ответе запишите номер месяца. (Например, ответ 1 обозначает январь.)



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.

Ответ: _____.



- 4 В магазине три продавца. Каждый из них занят обслуживанием клиента с вероятностью $0,7$ независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{4}}(9 - 5x) = -3$.

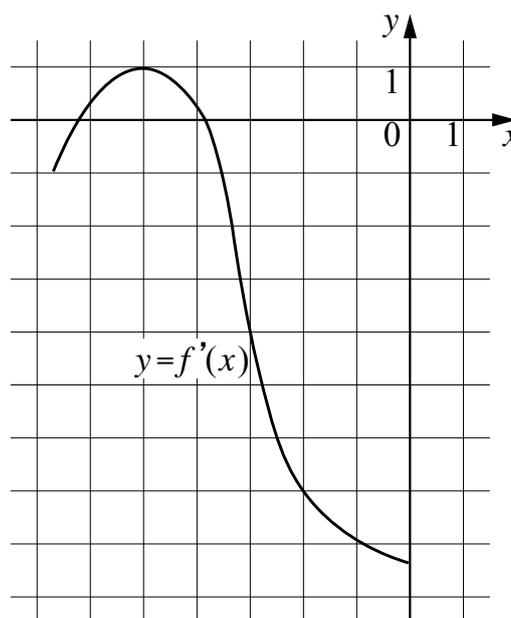
Ответ: _____.

- 6 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB боковая сторона равна $16\sqrt{7}$, $\sin \angle BAC = 0,75$. Найдите длину высоты AH .

Ответ: _____.

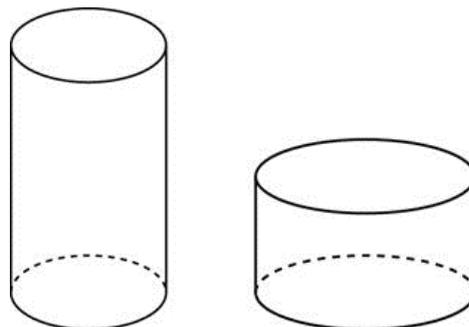
- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 10 - 7x$ или совпадает с ней.

Ответ: _____.



- 8 Даны два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 8. У второго цилиндра высота в 4 раза меньше, а радиус основания в 3 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{5,6} \cdot \sqrt{1,4}}{\sqrt{0,16}}$.

Ответ: _____.

- 10 Автомобиль, масса которого равна $m = 2000$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остаётся неизменным, и проходит за это время путь $S = 1000$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю (тяги двигателя), равно $F = \frac{2mS}{t^2}$.

Определите время после начала движения автомобиля, за которое он пройдёт указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, равна 1600 Н. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

- 11 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 900 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 1 минуте 3 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 4x^2 - 3x - 13$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 5$ и диагональю $BD = 9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$.

16 Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = 2\sqrt{3}$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

18 Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $25^x - (a + 6)5^x = (5 + 3|a|)5^x - (a + 6)(3|a| + 5)$ имеет единственное решение.

19 Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 12 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 4b$ и $c > 7d$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 апреля 2017 года

Вариант МА10711

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

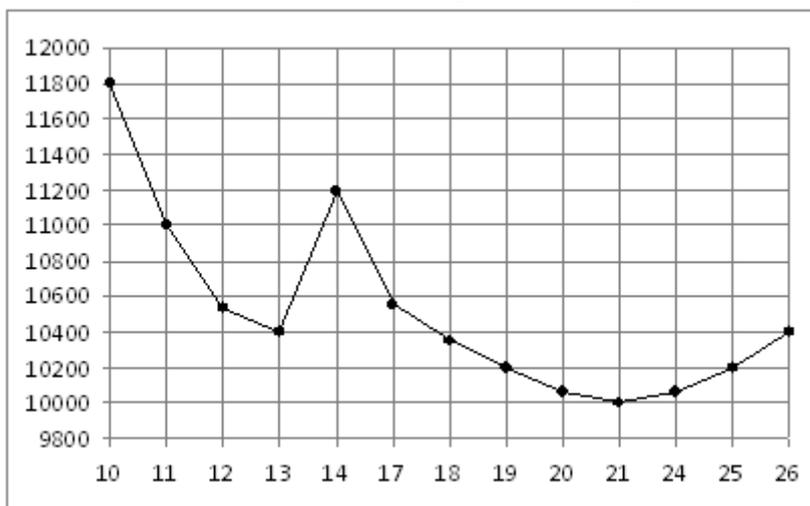
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Бегун пробежал 180 м за 24 секунды. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

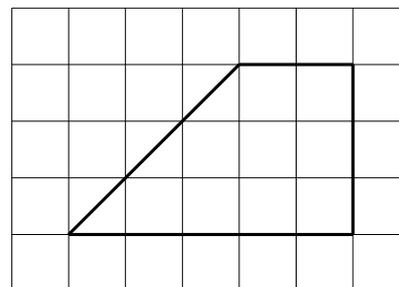
Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в период с 11 по 17 ноября (в долларах США за тонну).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: _____.

- 4 При изготовлении подшипников диаметром 61 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от 61 мм не больше чем на 0,01 мм, равна 0,972. Найдите вероятность того, что случайно выбранный подшипник будет иметь диаметр менее 60,99 мм или более 61,01 мм.

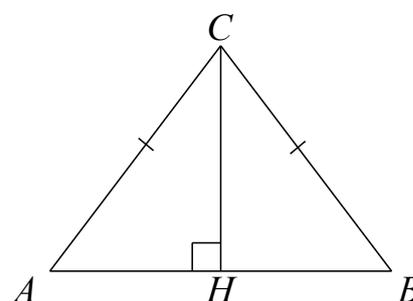
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt[5]{x-3} = -2$.

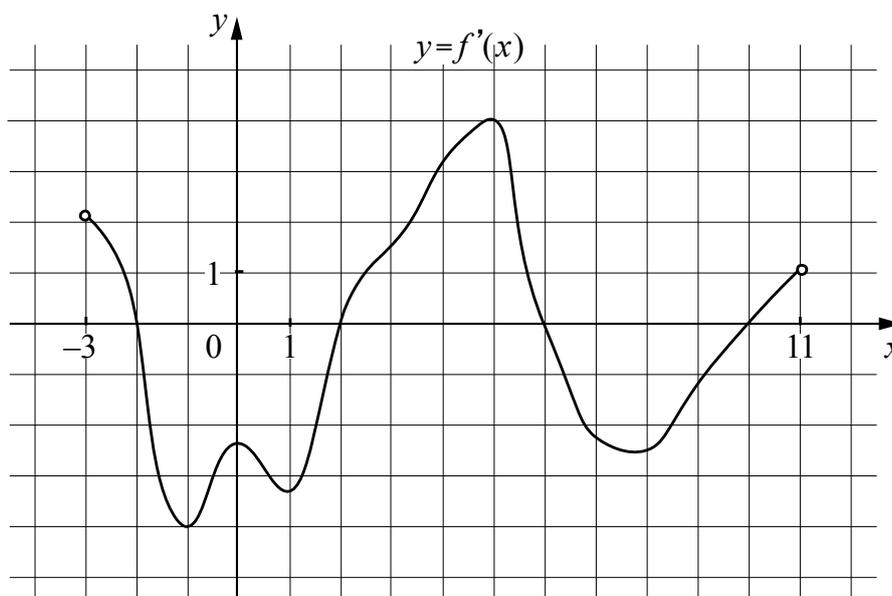
Ответ: _____.

- 6 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB боковая сторона равна 10 и $\cos A = 0,6$. Найдите длину основания AB .

Ответ: _____.



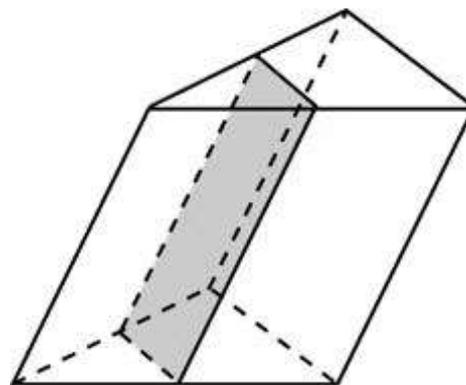
- 7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$ на промежутке $(-3; 9)$.



Ответ: _____.

- 8 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 12. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{36 \sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$.

Ответ: _____.

- 10 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 5.

Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вдвое, а объективность — втрое выше, чем оперативность. Таким образом, формула принимает вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 1.

Ответ: _____.

- 11 Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 19 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 15 км/ч больше скорости другого?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = (2x^2 - 32x + 32)e^{7-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$.

16 Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = \sqrt{21}$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

18 Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $4^x + (a - 6)2^x = (2 + 3|a|)2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$ имеет единственное решение.

19 Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем значение выражения $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 апреля 2017 года

Вариант МА10712

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

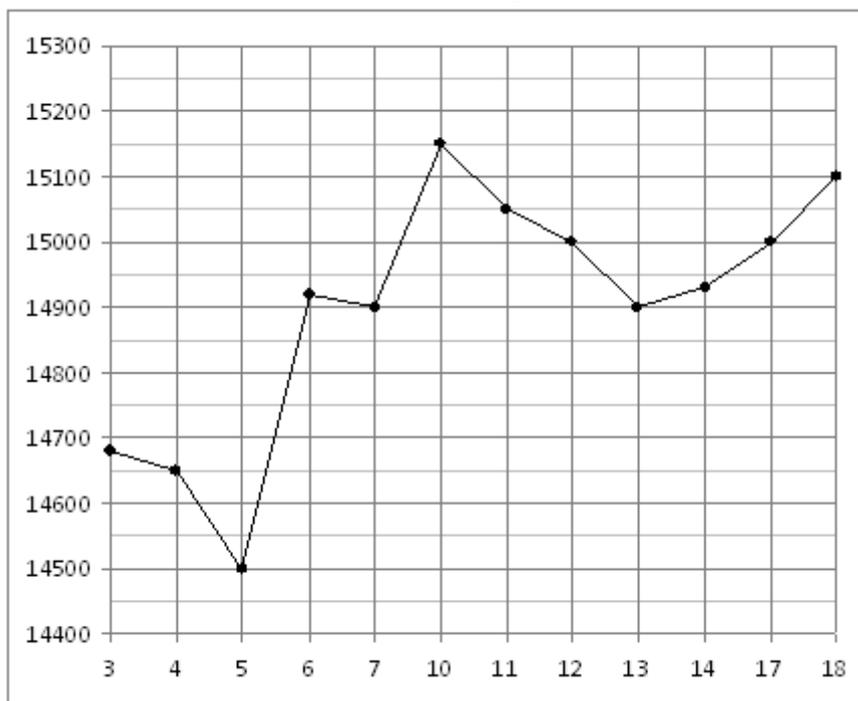
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Бегун пробежал 400 м за 50 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ: _____.

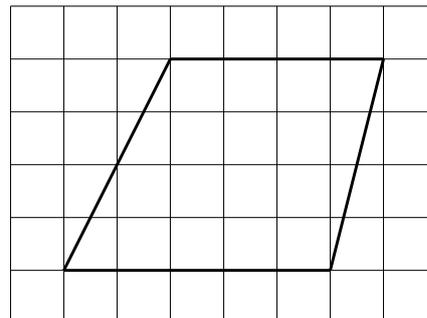
- 2** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену олова на момент закрытия торгов в период с 6 по 17 сентября (в долларах США за тонну).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.

Ответ: _____.



- 4 При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от 65 мм не больше чем на 0,01 мм, равна 0,964. Найдите вероятность того, что случайно выбранный подшипник будет иметь диаметр менее 64,99 мм или более 65,01 мм.

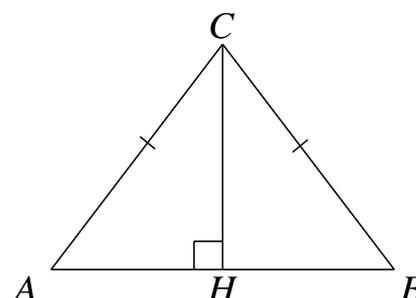
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+2} = 4$.

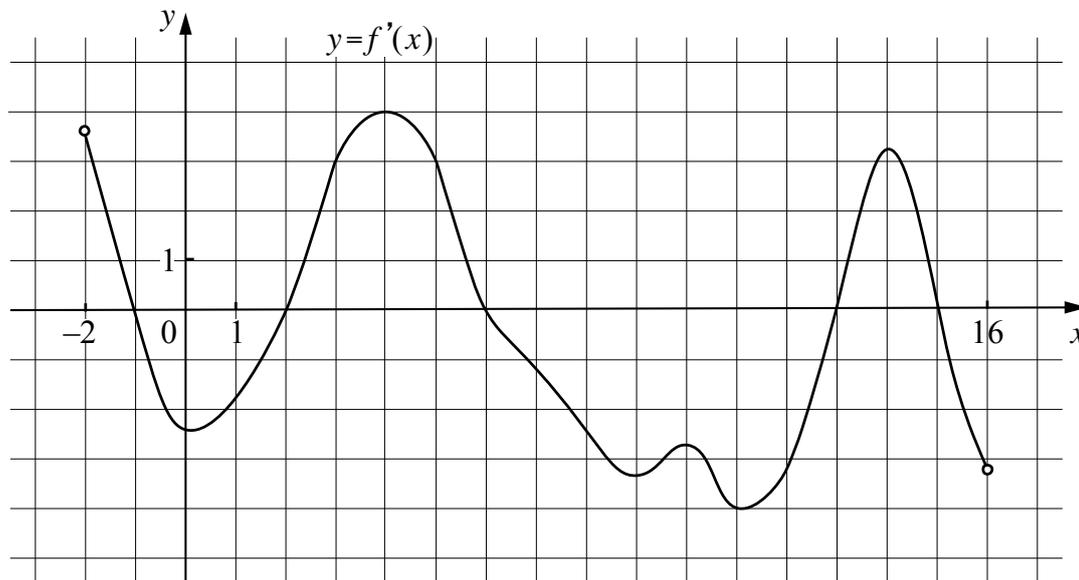
Ответ: _____.

- 6 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB боковая сторона равна 15 и $\cos A = 0,6$. Найдите длину основания AB .

Ответ: _____.

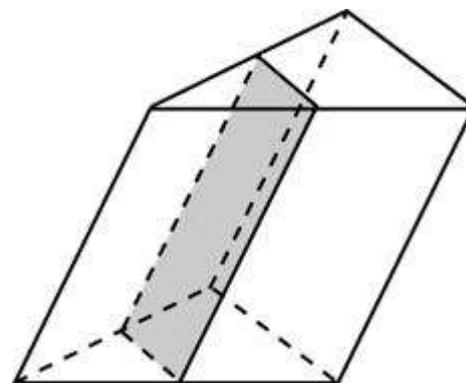


- 7** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 16)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$ на промежутке $(-2; 12)$.



Ответ: _____.

- 8** Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 50. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{42 \sin 28^\circ \cos 28^\circ}{\sin 56^\circ}$.

Ответ: _____.

10 Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от -4 до 4 .

Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вдвое, а объективность — втрое выше, чем оперативность. Таким образом, формула принимает вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr}{A}.$$

Найдите, каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило рейтинг 1 .

Ответ: _____.

11 Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 40 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 25 км/ч больше скорости другого?

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 24x + 24)e^{4-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 5$ и диагональю $BD = 9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15 Решите неравенство $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$.

16 Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = 2\sqrt{3}$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

18 Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $25^x - (a + 6)5^x = (5 + 3|a|)5^x - (a + 6)(3|a| + 5)$ имеет единственное решение.

19 Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 12 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 4b$ и $c > 7d$?