

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2018 года

Вариант МА10409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

**Уважаемые коллеги!**

**Эффективно подготовить учащихся на заключительном этапе можно по пособию "Я сдам ЕГЭ", которое можно приобрести по специальной цене в рамках акции издательства <https://shop.prosv.ru/>**

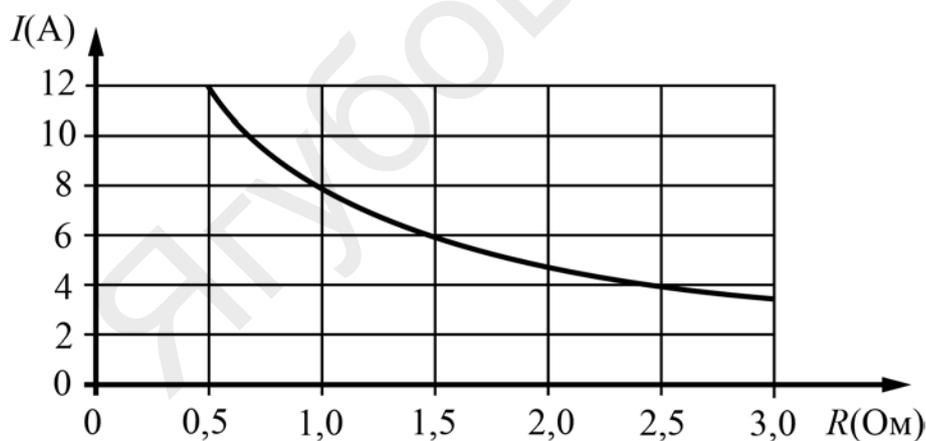
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Теплоход рассчитан на 1000 пассажиров и 30 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

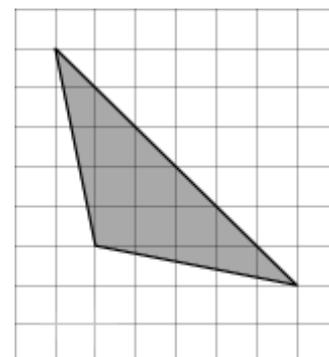
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Каково сопротивление цепи (в омах), если сила тока составляет 6 А?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

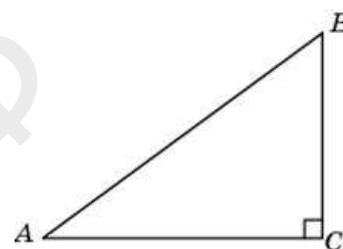
- 4** В сборнике билетов по химии всего 25 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Углеводороды». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Углеводороды».

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $\log_3(6 - 4x) = 4\log_3 2$ .

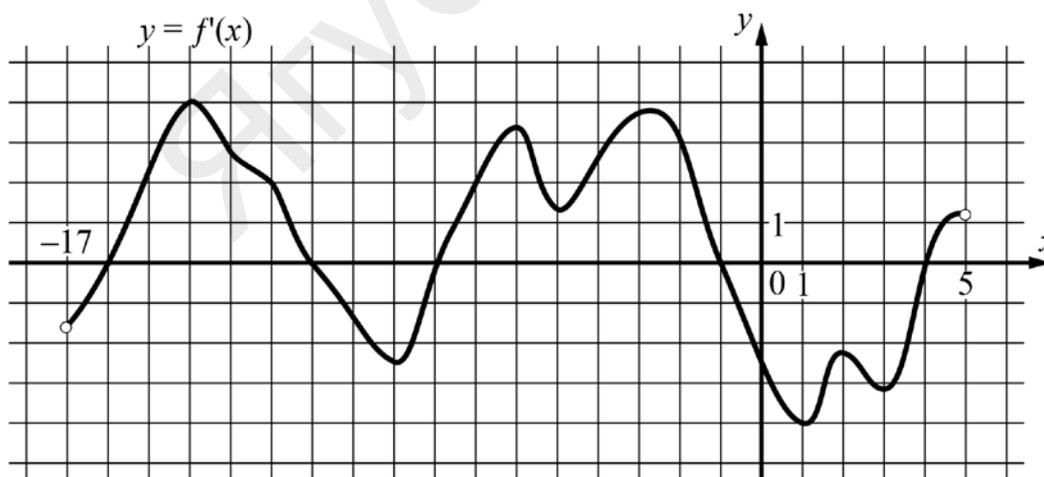
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 3$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$ . Найдите  $AC$ .



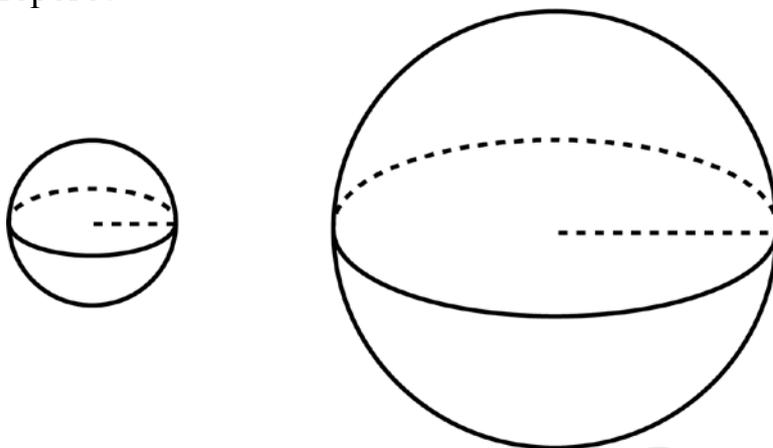
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-17; 5)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-15; 0]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Дано два шара. Радиус первого шара в 14 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $4^{0,03} \cdot 8^{0,98}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 21$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 3$  м/с<sup>2</sup>.

За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м).

Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 60 метров. Ответ выразите в секундах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 165 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 1 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 2x^2 - 11x + 7 \ln x + 12$  на отрезке  $\left[\frac{11}{12}; \frac{13}{12}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13 а) Решите уравнение  $\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 3 \cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

- 14 На окружности основания конуса с вершиной  $S$  отмечены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, что  $AB = BC$ . Медиана  $AM$  треугольника  $ACS$  пересекает высоту конуса.

а) Точка  $N$  — середина отрезка  $AC$ . Докажите, что угол  $MNB$  прямой.

б) Найдите угол между прямыми  $AM$  и  $SB$ , если  $AS = 2$ ,  $AC = \sqrt{6}$ .

- 15 Решите неравенство  $\frac{10^x - 2 \cdot 5^x - 25 \cdot 2^x + 50}{\sqrt{x+3}} \geq 0$ .

- 16 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Диаметр  $CC_1$  перпендикулярен стороне  $AD$  и пересекает её в точке  $M$ , а диаметр  $DD_1$  перпендикулярен стороне  $AB$  и пересекает её в точке  $N$ .

а) Пусть  $AA_1$  также диаметр окружности. Докажите, что  $\angle DNM = \angle BA_1D_1$ .

б) Найдите углы четырёхугольника  $ABCD$ , если угол  $CDB$  вдвое меньше угла  $ADB$ .

- 17** В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 2 % по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите  $S$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 327 тысяч рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-1)^2 + (y-4)^2 \right) \left( (x-6)^2 + (y-4)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

- 19** Пусть  $S(n)$  и  $K(n)$  обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$  соответственно.
- а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 2S(n) + 23$ ?
  - б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 3S(n) + 23$ ?
  - в) Для какого наименьшего натурального числа  $n$  выполнено равенство  $K(n) = 8S(n) + 83$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2018 года

Вариант МА10410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

**Уважаемые коллеги!**

**Эффективно подготовить учащихся на заключительном этапе можно по пособию "Я сдам ЕГЭ", которое можно приобрести по специальной цене в рамках акции издательства <https://shop.prosv.ru/>**

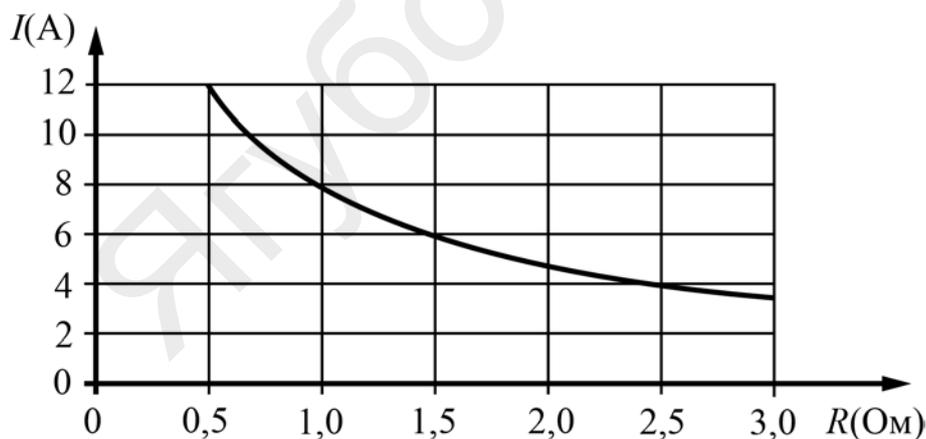
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

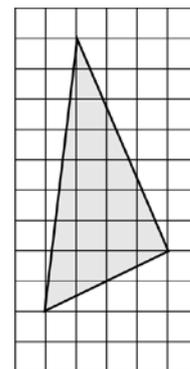
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Каково сопротивление цепи (в омах), если сила тока составляет 4 А?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

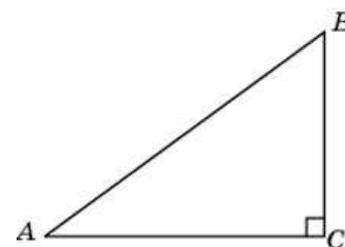
- 4 В сборнике билетов по философии всего 25 билетов, в 8 из них встречается вопрос по теме «Кант». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Кант».

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_7(18-4x) = 2\log_7 2$ .

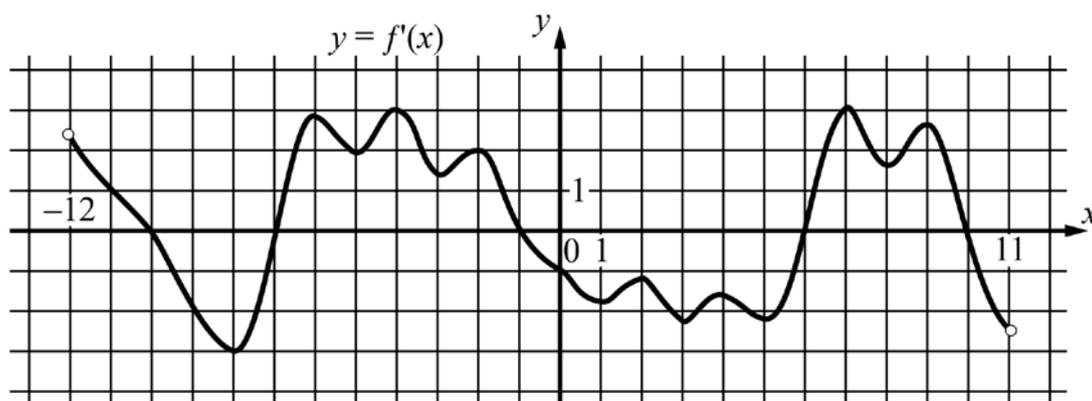
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 10,5$ ,  $\sin A = \frac{7\sqrt{149}}{149}$ . Найдите  $AC$ .



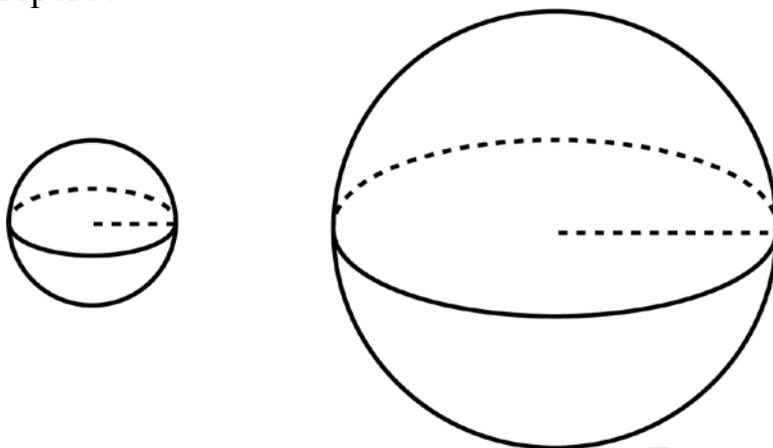
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-12; 11)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-8; 9]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Дано два шара. Радиус первого шара в 19 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $5^{0,06} \cdot 25^{0,97}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 22$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 60 метров. Ответ выразите в секундах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 51 %. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 1 %. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 3x^2 - 13x + 7 \ln x + 5$  на отрезке  $\left[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13 а) Решите уравнение  $\sin 2x - 2 \cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \sin x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

- 14 На окружности основания конуса с вершиной  $S$  отмечены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, что  $AB = BC$ . Медиана  $AM$  треугольника  $ACS$  пересекает высоту конуса.

а) Точка  $N$  — середина отрезка  $AC$ . Докажите, что угол  $MNB$  прямой.

б) Найдите угол между прямыми  $AM$  и  $SB$ , если  $AS = 2$ ,  $AC = \sqrt{10}$ .

- 15 Решите неравенство  $\frac{2 \cdot 14^x - 14 \cdot 2^x - 7^x + 7}{\sqrt{x+5}} \geq 0$ .

- 16 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Диаметр  $CC_1$  перпендикулярен стороне  $AD$  и пересекает её в точке  $M$ , а диаметр  $DD_1$  перпендикулярен стороне  $AB$  и пересекает её в точке  $N$ .

а) Пусть  $AA_1$  также диаметр окружности. Докажите, что  $\angle DNM = \angle A_1D_1D$ .

б) Найдите углы четырёхугольника  $ABCD$ , если  $\angle CDB : \angle ADB = 3 : 8$ .

- 17** В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 1 % по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите  $S$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 836 тысяч рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-2)^2 + (y-3)^2 \right) \left( (x-8)^2 + (y-2)^2 \right) \leq 0, \\ (x-2a)^2 + (y-a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

- 19** Пусть  $S(n)$  и  $K(n)$  обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$  соответственно.
- а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 2S(n) + 11$ ?
  - б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 3S(n) + 11$ ?
  - в) Для какого наименьшего натурального числа  $n$  выполнено равенство  $K(n) = 8S(n) + 74$ ?

## Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2018 года

Вариант МА10411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

**Уважаемые коллеги!**

**Эффективно подготовить учащихся на заключительном этапе можно по пособию "Я сдам ЕГЭ", которое можно приобрести по специальной цене в рамках акции издательства <https://shop.prosv.ru/>**

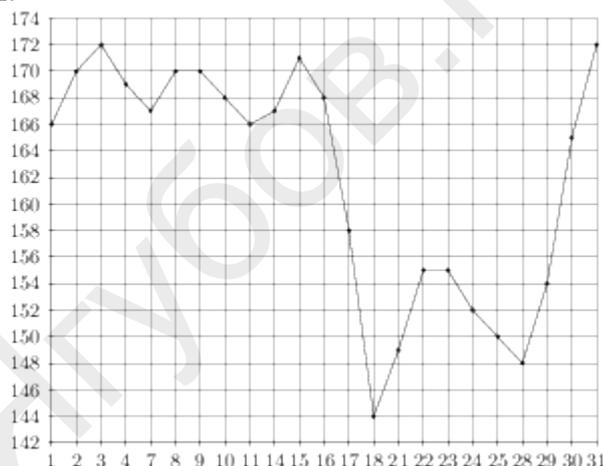
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Таксист за месяц проехал 10 000 км. Цена бензина 21 рублей за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

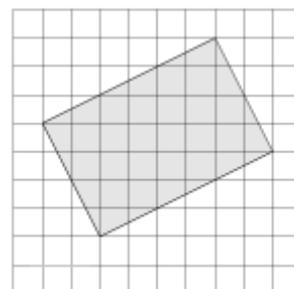
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в марте 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период цена палладия была ровно 170 рублей за грамм.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

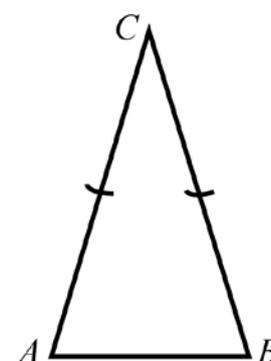
- 4** Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,17. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Решите уравнение  $\sqrt{-21-10x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

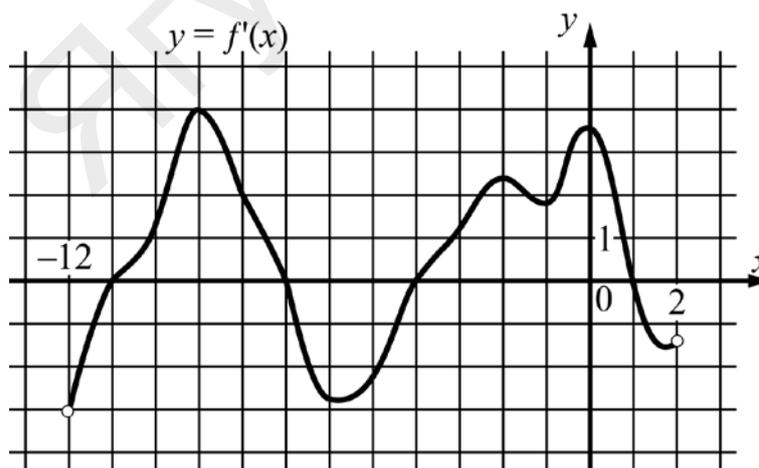
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

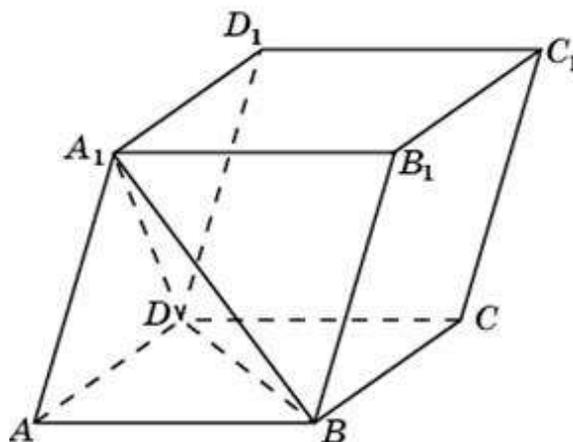
- 7** На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-12; 2)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 9. Найдите объём треугольной пирамиды  $ABDA_1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $3 \cos(-\pi + \beta) + 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\cos \beta = -\frac{3}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку (в Н·м), определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 8\text{ А}$  — сила тока в рамке,  $B = 7 \cdot 10^{-3}\text{ Тл}$  — значение индукции магнитного поля,  $l = 0,4\text{ м}$  — размер рамки,  $N = 625$  — число витков провода в рамке,  $\alpha$  — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше  $2,8\text{ Н}\cdot\text{м}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 5 дней выполняет такую же часть работы, какую второй — за 3 дня?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = 6 + 24x - 2x\sqrt{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{7\pi}{6}\right) = 3 \cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

**14** На окружности основания конуса с вершиной  $S$  отмечены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, что  $AB = BC$ . Медиана  $AM$  треугольника  $ACS$  пересекает высоту конуса.

а) Точка  $N$  — середина отрезка  $AC$ . Докажите, что угол  $MNB$  прямой.

б) Найдите угол между прямыми  $AM$  и  $SB$ , если  $AS = 2$ ,  $AC = \sqrt{6}$ .

**15** Решите неравенство  $\frac{10^x - 2 \cdot 5^x - 25 \cdot 2^x + 50}{\sqrt{x+3}} \geq 0$ .

**16** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Диаметр  $CC_1$  перпендикулярен стороне  $AD$  и пересекает её в точке  $M$ , а диаметр  $DD_1$  перпендикулярен стороне  $AB$  и пересекает её в точке  $N$ .

а) Пусть  $AA_1$  также диаметр окружности. Докажите, что  $\angle DNM = \angle BA_1D_1$ .

б) Найдите углы четырёхугольника  $ABCD$ , если угол  $CDB$  вдвое меньше угла  $ADB$ .

- 17** В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 2 % по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите  $S$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 327 тысяч рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-1)^2 + (y-4)^2 \right) \left( (x-6)^2 + (y-4)^2 \right) \leq 0, \\ (x-a)^2 + (y-2a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

- 19** Пусть  $S(n)$  и  $K(n)$  обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$  соответственно.
- а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 2S(n) + 23$ ?
  - б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 3S(n) + 23$ ?
  - в) Для какого наименьшего натурального числа  $n$  выполнено равенство  $K(n) = 8S(n) + 83$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

6 марта 2018 года

Вариант МА10412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

**Уважаемые коллеги!**

**Эффективно подготовить учащихся на заключительном этапе можно по пособию "Я сдам ЕГЭ", которое можно приобрести по специальной цене в рамках акции издательства <https://shop.prosv.ru/>**

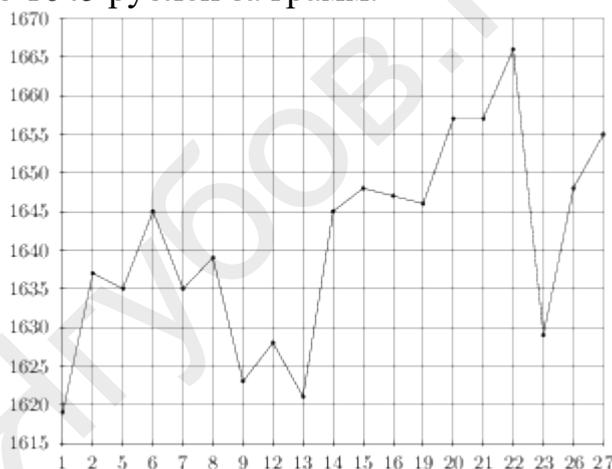
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Таксист за месяц проехал 8000 км. Цена бензина 21 рубль за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

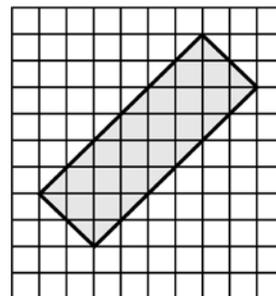
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена платины, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена платины в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период цена платины была ровно 1645 рублей за грамм.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольник. Найдите его площадь.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,09. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

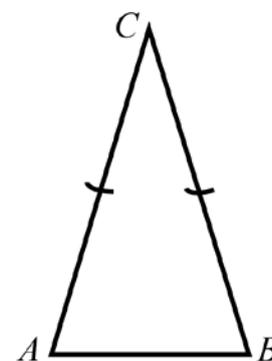
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Решите уравнение  $\sqrt{-24-10x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

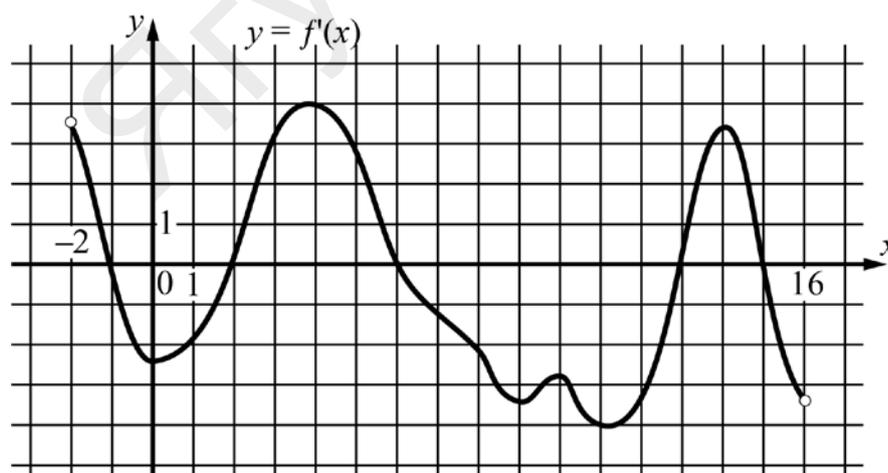
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 50. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.



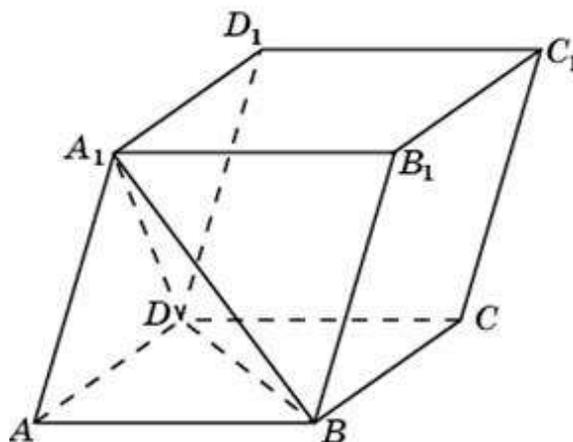
- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 16)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 21. Найдите объем треугольной пирамиды  $ABDA_1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $5 \cos(\pi + \beta) + 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\cos \beta = -\frac{8}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку (в Н·м), определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 5\text{ А}$  — сила тока в рамке,  $B = 8 \cdot 10^{-3}\text{ Тл}$  — значение индукции магнитного поля,  $l = 0,4\text{ м}$  — размер рамки,  $N = 625$  — число витков провода в рамке,  $\alpha$  — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше  $2\text{ Н}\cdot\text{м}$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 20 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 4 дня?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите точку максимума функции  $y = 3 + 33x - 2x\sqrt{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $\sin 2x - 2\cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \sin x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

**14** На окружности основания конуса с вершиной  $S$  отмечены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, что  $AB = BC$ . Медиана  $AM$  треугольника  $ACS$  пересекает высоту конуса.

а) Точка  $N$  — середина отрезка  $AC$ . Докажите, что угол  $MNB$  прямой.

б) Найдите угол между прямыми  $AM$  и  $SB$ , если  $AS = 2$ ,  $AC = \sqrt{10}$ .

**15** Решите неравенство  $\frac{2 \cdot 14^x - 14 \cdot 2^x - 7^x + 7}{\sqrt{x+5}} \geq 0$ .

**16** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Диаметр  $CC_1$  перпендикулярен стороне  $AD$  и пересекает её в точке  $M$ , а диаметр  $DD_1$  перпендикулярен стороне  $AB$  и пересекает её в точке  $N$ .

а) Пусть  $AA_1$  также диаметр окружности. Докажите, что  $\angle DNM = \angle A_1D_1D$ .

б) Найдите углы четырёхугольника  $ABCD$ , если  $\angle CDB : \angle ADB = 3 : 8$ .

- 17** В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на шесть лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
  - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в тыс. рублей)	$S$	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	$0$

Найдите  $S$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 836 тысяч рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-2)^2 + (y-3)^2 \right) \left( (x-8)^2 + (y-2)^2 \right) \leq 0, \\ (x-2a)^2 + (y-a)^2 \leq 4a^2 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

- 19** Пусть  $S(n)$  и  $K(n)$  обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$  соответственно.
- а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 2S(n) + 11$ ?
  - б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $K(n) = 3S(n) + 11$ ?
  - в) Для какого наименьшего натурального числа  $n$  выполнено равенство  $K(n) = 8S(n) + 74$ ?