

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 сентября 2018 года

Вариант МА10109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

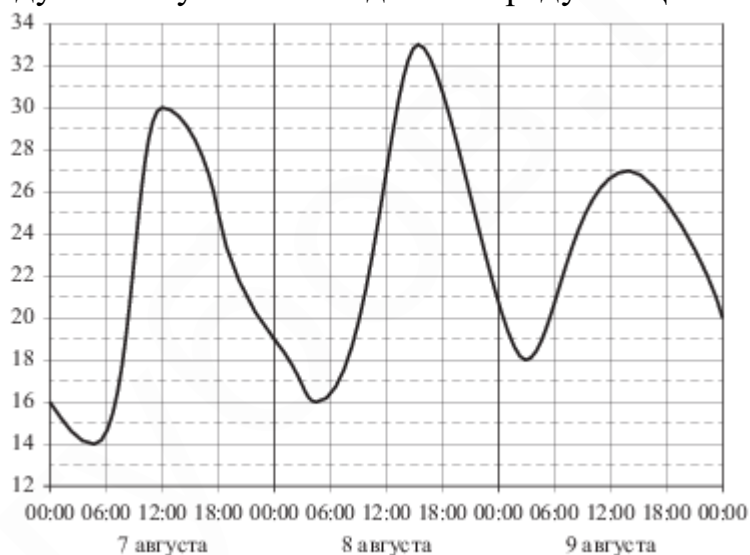
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** На бензоколонке один литр бензина стоит 35 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 30 литров бензина и взял бутылку воды за 35 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1500 рублей?

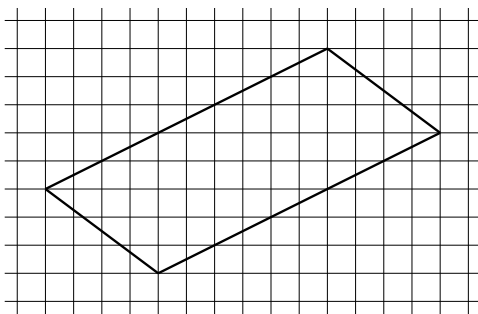
Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 8 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите длину его меньшей диагонали.



Ответ: _____.

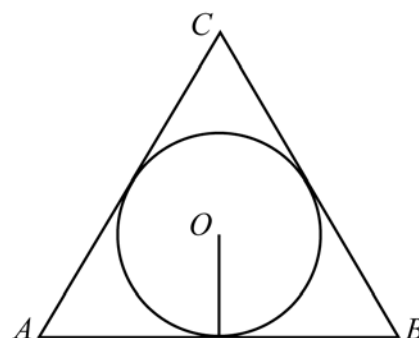
- 4 При изготовлении подшипников диаметром 76 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,983. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 75,99 мм или больше чем 76,01 мм.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{12x-11} = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

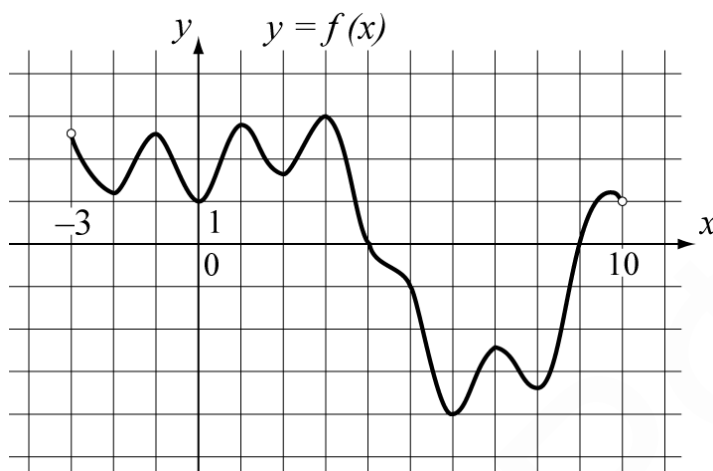
- 6 Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 44. Найдите высоту этого треугольника.



Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 10)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

8

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд такой же формы, у которого сторона основания в 2 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $(\sqrt{48} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{12}$.

Ответ: _____.

10

При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 650$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать третий максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1950 нм?

Ответ: _____.

11

От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 182 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью, на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 26)^2 e^{-26-x}$ на отрезке $[-27; -25]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $8\sin^2\left(\frac{7\pi}{12} + x\right) - 2\sqrt{3}\cos 2x = 5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14

В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 6. Противоположные боковые рёбра пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

а) Докажите, что сечение плоскостью α пирамиды $MABC$ является параллелограммом.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $MABC$ плоскостью α .

15

Решите неравенство $x^3 + 2x^2 - \frac{24x^2 - x + 3}{x - 3} \leq 1$.

16

Две окружности касаются внешним образом в точке C . Прямая касается меньшей окружности в точке A , а большей — в точке B , отличной от A . Прямая AC вторично пересекает большую окружность в точке D , прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке E .

а) Докажите, что прямая AE параллельна прямой BD .

б) Пусть L — отличная от D точка пересечения отрезка DE с большей окружностью. Найдите EL , если радиусы окружностей равны 2 и 5.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 15 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 110 млн, а к концу проекта — больше 190 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(x^2 + 2x + 2a)^2 = 5x^4 + 5(x + a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 2]$.

19 Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 171$?

б) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 172$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $4K(n) - n$, если n — трёхзначное число?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 сентября 2018 года

Вариант МА10110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

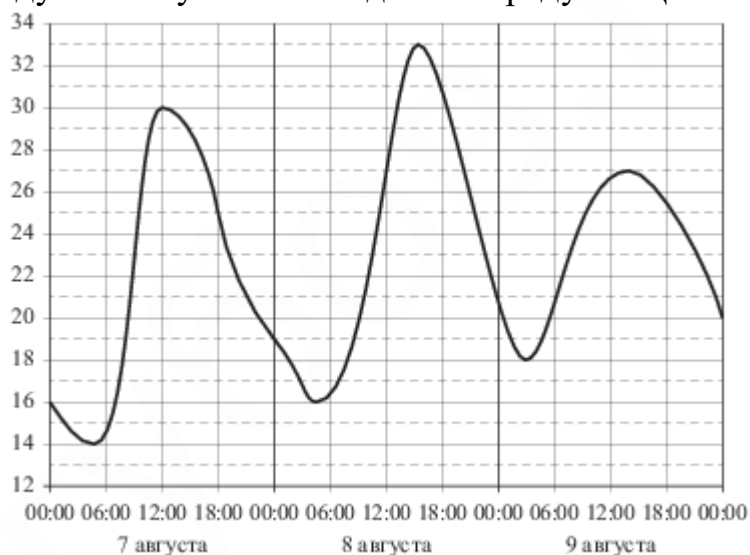
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** На бензоколонке один литр бензина стоит 34 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 25 литров бензина и взял бутылку воды за 20 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

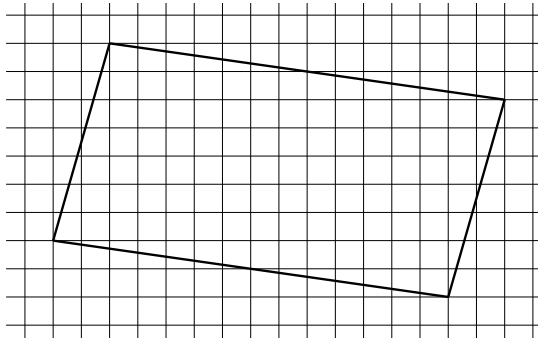
Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 9 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите длину его меньшей диагонали.



Ответ: _____.

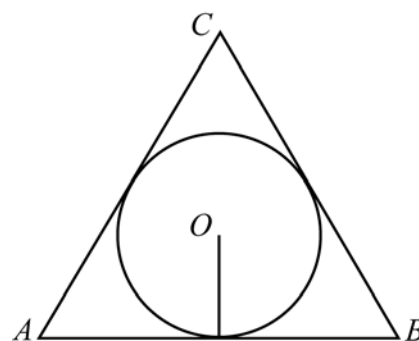
- 4 При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 67,99 мм или больше чем 68,01 мм.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{6x-10} = \frac{1}{11}$.

Ответ: _____.

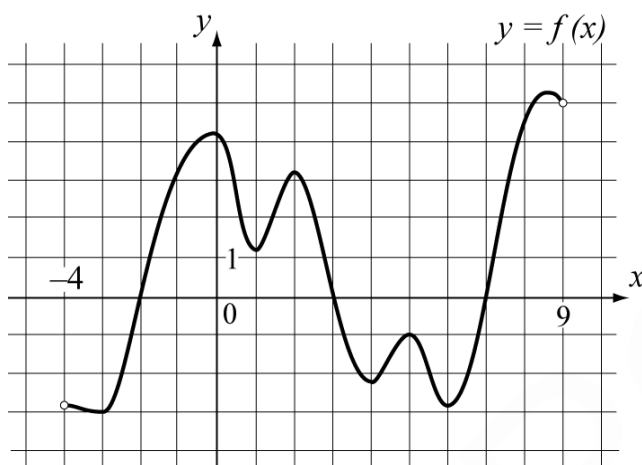
- 6 Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 31. Найдите высоту этого треугольника.



Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

8

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 112 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд такой же формы, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $(\sqrt{50} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{8}$.

Ответ: _____.

10

При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1600 нм?

Ответ: _____.

11

От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 108 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним со скоростью, на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 46)^2 e^{-46-x}$ на отрезке $[-48; -45]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin 2x + 4 \cos^2 \left(\frac{3\pi}{8} + x \right) = 2 + \sqrt{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

14 В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 10. Противоположные боковые рёбра пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

а) Докажите, что сечение плоскостью α пирамиды $MABC$ является параллелограммом.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $MABC$ плоскостью α .

15 Решите неравенство $x^3 + x^2 - \frac{18x^2 - x + 2}{x - 2} \leq 1$.

16 Две окружности касаются внешним образом в точке C . Прямая касается меньшей окружности в точке A , а большей — в точке B , отличной от A . Прямая AC вторично пересекает большую окружность в точке D , прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке E .

а) Докажите, что прямая AE параллельна прямой BD .

б) Пусть L — отличная от D точка пересечения отрезка DE с большей окружностью. Найдите EL , если радиусы окружностей равны 1 и 3.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 30 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 9 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 140 млн, а к концу проекта — больше 250 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(x^2 + x + a)^2 = 2x^4 + 2(x + a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 2]$.

19 Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 181$?

б) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 180$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $9K(n) - n$, если n — трёхзначное число?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 сентября 2018 года

Вариант МА10111

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

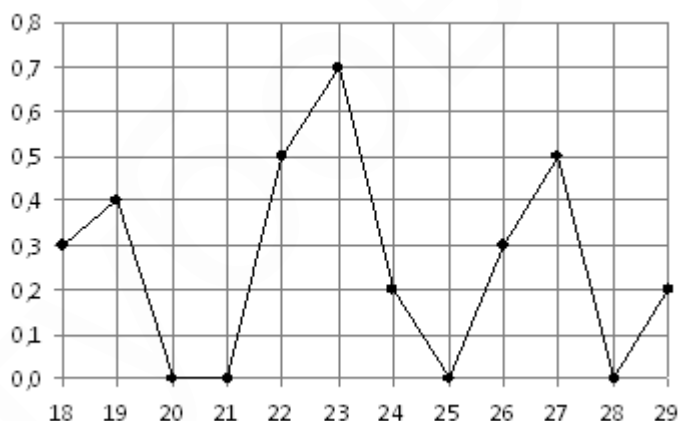
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,2 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки прямоугольной комнаты размерами 1,1 м на 5,8 м?

Ответ: _____.

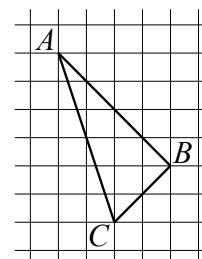
- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое максимальное количество осадков выпадало в период с 24 по 29 октября. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его медианы, проведённой из вершины C .

Ответ: _____.



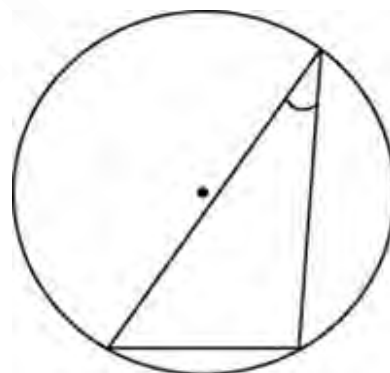
- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\sqrt{-35+12x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

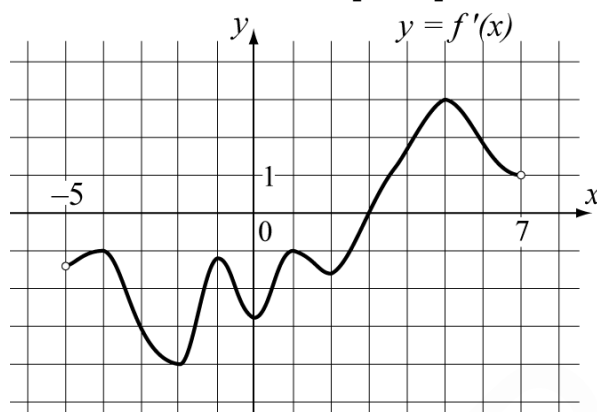
- 6 Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 37.



Ответ: _____.

7

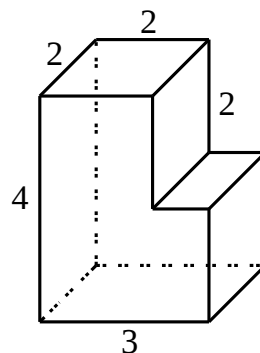
На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-1; 4]$.



Ответ: _____.

8

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{17(m^4)^6 + 7(m^8)^3}{(4m^{12})^2}$, если $m = 2,9$.

Ответ: _____.

10 Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 2,4$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 13,5 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 16 200 Дж.

Ответ: _____.

11 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 80 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа 40 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 41)^2 e^{x-41}$ на отрезке $[39,5; 47]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $1 - 4\cos^2\left(x - \frac{5\pi}{12}\right) = \sqrt{3}\cos 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9}{2}\pi; -3\pi\right]$.

14 В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 4. Противоположные боковые рёбра пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

а) Докажите, что сечение плоскостью α пирамиды $MABC$ является параллелограммом.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $MABC$ плоскостью α .

15 Решите неравенство $x^3 + 5x^2 + \frac{30x^2 + x - 8}{x - 8} \leq 1$.

16 Две окружности касаются внешним образом в точке C . Прямая касается меньшей окружности в точке A , а большей — в точке B , отличной от A . Прямая AC вторично пересекает бóльшую окружность в точке D , прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке E .

а) Докажите, что прямая AE параллельна прямой BD .

б) Пусть L — отличная от D точка пересечения отрезка DE с большей окружностью. Найдите EL , если радиусы окружностей равны 2 и 3.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 30 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 15 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 190 млн, а к концу проекта — больше 360 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(x^2 - x - a)^2 = 2x^4 + 2(x + a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1;1]$.

19 Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 179$?

б) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 184$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $K(n) - 2n$, если n — трёхзначное число?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 сентября 2018 года

Вариант МА10112

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

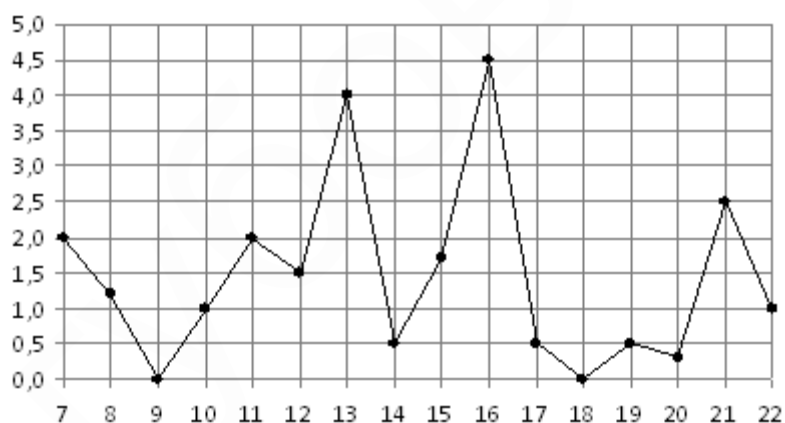
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,4 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки прямоугольной комнаты размерами 3,2 м на 2,8 м?

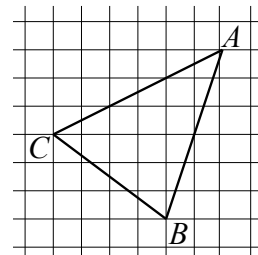
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое наибольшее количество осадков выпадало в период с 7 по 14 февраля. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его медианы, проведённой из вершины C .



Ответ: _____.

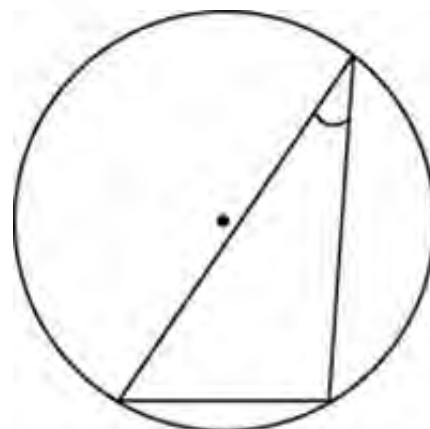
- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\sqrt{-40 + 13x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

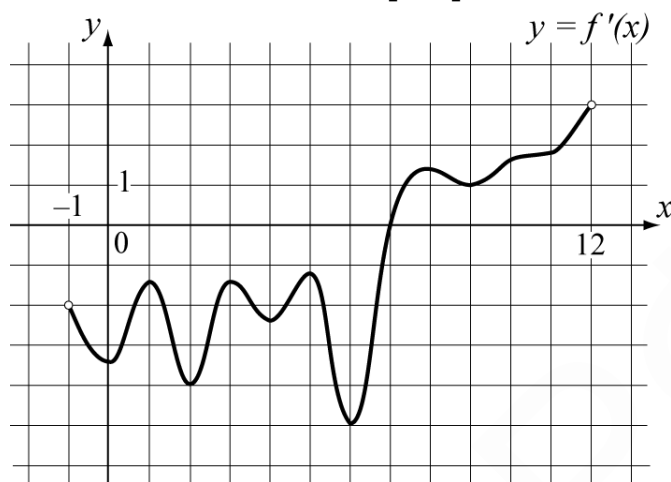
- 6 Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 25.



Ответ: _____.

7

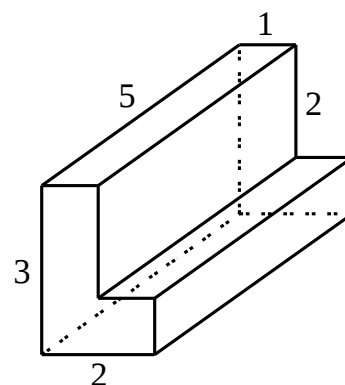
На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1; 12)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[0; 7]$.



Ответ: _____.

8

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\frac{5(m^6)^5 + 13(m^{10})^3}{(2m^{15})^2}$, если $m = 3,7$.

Ответ: _____.

10 Водолазный колокол, содержащий $\nu = 6$ молей воздуха при давлении $p_1 = 2,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10 350 Дж.

Ответ: _____.

11 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 100 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1 час 15 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 18)^2 e^{x-18}$ на отрезке $[16,5; 25]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $4\sin^2\left(x + \frac{7\pi}{8}\right) + \sqrt{2}\sin 2x = 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.

14

В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 8. Противоположные боковые рёбра пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

а) Докажите, что сечение плоскостью α пирамиды $MABC$ является параллелограммом.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $MABC$ плоскостью α .

15

Решите неравенство $x^3 - x^2 - \frac{18x^2 - x + 4}{x - 4} \leq 1$.

16

Две окружности касаются внешним образом в точке C . Прямая касается меньшей окружности в точке A , а большей — в точке B , отличной от A . Прямая AC вторично пересекает большую окружность в точке D , прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке E .

а) Докажите, что прямая AE параллельна прямой BD .

б) Пусть L — отличная от D точка пересечения отрезка DE с большей окружностью. Найдите EL , если радиусы окружностей равны 1 и 4.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 10 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 5 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 80 млн, а к концу проекта — больше 100 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(x^2 + 2x - a)^2 = 2x^4 + 2(2x - a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 3]$.

19 Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 187$?

б) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 188$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $4K(n) - 2n$, если n — трёхзначное число?