

# **КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА 10 кл.**

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ Ф-ИЯ)**

*Вариант № 1*

*Вариант № 2*

**1) Решить уравнения.**

a)  $81^{3x} = 1/3$

б)  $5^x - 14 \cdot 5^{x-1} + 3 \cdot 5^{x+1} = 66$

в)  $7^{2x+1} - 8 \cdot 7^x + 1 = 0$

a)  $(1/125)^{4x} = 5$

б)  $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$

в)  $11^{2x+1} - 12 \cdot 11^x + 1 = 0$

**2) Решить неравенства.**

a)  $(1/5)^{2x+1} \leq 1$

б)  $9^x + 3^x - 12 > 0$

a)  $7^{1-3x} \geq 1$

б)  $25^x - 2 \cdot 5^x - 15 < 0$

**3) Решить графически уравнение.**

$2^x = 2x + 3$  или  $|2^x - 3| = 2x + 3$

$(1/2)^x = -2x + 3$  или

$|(1/2)^x - 2| = -2x + 3$

**4) Решить систему уравнений.**

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 12 \\ x + y = 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2^x \cdot 3^y - 24 = 0 \\ 2^y \cdot 3^x - 54 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 10 \\ x + y = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} 4^x \cdot 3^y - 48 = 0 \\ 4^y \cdot 3^x - 36 = 0 \end{cases}$$

**5) Решить уравнения и неравенства. (Дополнительное задание)**

а)  $9^{x+1} - 3 \cdot 3^{x+3} - 27 \cdot 3^{x-2} + 27 = 0$

д)  $0,4^x - 2,5^{x+1} > 1,5$

б)  $(0,1)^{x+1} + (0,01)^x = 0,02$

е)  $5^{x-4} < 25^{|x|}$

в)  $4 \cdot 9^x + 12^x - 3 \cdot 16^x = 0$

ж)  $3^{|x+1|} < 9^{|x|}$

г)  $4^{\sqrt{9-x^2}+1} + 2 = 9 \cdot 2^{\sqrt{9-x^2}}$

з)  $4^{2|x|-3} - 3 \cdot 4^{|x|-2} - 1 \geq 0$

**6) Решить системы уравнений.**

$$\begin{cases} 64^{2x} + 64^{2y} = 12 \\ 64^{x+y} = 4\sqrt{2} \end{cases}, \quad \begin{cases} 0,2^x - 2^{0,5y} = 3 \\ 0,04^x - 2^y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 27^x - 3 \cdot 18^x = 2 \cdot 12^x - 3 \cdot 8^x \\ 9^{|x-1|} \leq 3 \end{cases}$$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ)**

*Вариант № 1*

*Вариант № 2*

**1) Вычислить.**

а)  $15^{2-\log_{15} 9}$

а)  $10^{2-\lg 4}$

б)

б)

$2 \log_{1/5} 5 + \log_{1/5} 3 + 0,5 \log_{1/5} 225$

$\frac{1}{3} \log_{1/3} 8 + 2 \log_{1/3} 6 - \log_{1/3} 24$

в\*)  $49^{\log_7 2 + \log_{\sqrt{7}} 2 - 1/2 \log_{49} 64}$

в\*)  $49^{\log_7 2 + \log_{\sqrt{7}} 2 - 1/2 \log_{49} 64}$

**2) При каких**

*значениях x существует логарифм.*

а)  $\log_5 (3 - 2x - x^2);$  б\*)  $\log_{x+5} \frac{3x+2}{2x-1}$

а)  $\log_3 \frac{2x-6}{2-x};$  б\*)  $\log_{x+5} \frac{3x+2}{2x-1}$

ООФ: в\*)  $\frac{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}}{|x-2|} + \lg(2x-3)^2;$

в\*)  $\frac{\sqrt{8x-7-x^2}}{\lg(x^2-3)} + \frac{1}{\log_2 |x-4|}$

**3) Решить уравнения.**

а)  $\log_{\sqrt{3}} (4x-3) = 4$

а)  $\log_{\sqrt{2}} (3x-4) = 6$

б)  $49^x - 7^{x+1} - 8 = 0$

б)  $9^x - 3^{x+1} - 28 = 0$

в)  $\log_{x^2} 81 + \log_{\sqrt{x}} 4 = 2$

в)  $3 \log_{x^2} 16 + \log_{\sqrt[3]{x}} 5 = 3$

**4) Решить уравнения. (Дополнительное задание)**

- а)  $(4/9)^{x+2\sqrt{x}-1} = (2,25)^{x+\sqrt{x}-1}$   
 б)  $4^{x-1} - (1/4)^{2-x} + (1/16)^{\frac{3-x}{2}} = 208$   
 в)  $5^{\lg x} - 3^{\lg x} = 5, (3) \cdot 3^{0,5 \lg x} \cdot 5^{0,5(\lg x - 2)}$   
 г)  $2 \log_9 x = \log_3 x \cdot \log_3 (\sqrt{2x+1} - 1)$   
 д)  $(2 \cdot (2^{\sqrt{x}+3})^{\frac{1}{2\sqrt{x}}})^{\frac{2}{-1+\sqrt{x}}} = 4$   
 е)  $(0,81)^{x-1} - (0,9)^{2x-3} + (0,01)^{x-1,5} - 9 \cdot (0,1)^{2x-2} = 0$   
 ж)  $2^{x+2} + 8^x = 5 \cdot 4^x$

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3 (ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ)**

**Вариант № 1**

**Вариант № 2**

**1) Решить уравнения.**

- а)  $\log_{1/2}(2x-1) + \log_{1/2}(x+3) = -2$   
 б)  $x^{\log_2 x + 4} = 32$

**2) Решить неравенства.**

- а)  $\log_{0,5}(3x-2) < -1$   
 б)  $\log_3 x + \log_3(x-2) \leq 1$

**3) Решить графически уравнение.**

$$\log_{1/2} x = -x^2 + 6x - 5 \quad | \quad \log_2 x = x^2 - 5x + 4$$

**4) Решить систему уравнений.**

$$\begin{cases} \log_3(x+y) = 2 \\ 9^{\log_3 \sqrt{x-y}} = 5 \end{cases} ; \begin{cases} 2^{2+\log_2(x^2+y^2)} = 20 \\ \lg(x^2-y^2) - \lg(x-y) = 0 \end{cases} \quad | \quad \begin{cases} \log_2(x-y) = 3 \\ 4^{\log_2 \sqrt{x+y}} = 10 \end{cases} ; \begin{cases} 3^{1+\log_3(x^2-y^2)} = 15 \\ \log_2(x^2-y^2) - \log_2(x+y) = 0 \end{cases}$$

**5) Решить уравнения. (Дополнительное задание)**

- а)  $2 \log_4(4-x) = 4 - \log_2(-2-x)$   
 б)  $2 \log_2 \frac{x-7}{x-1} + \log_2 \frac{x-1}{x+1} = 1$

**Вариант № 3\***

**Вариант № 4\*(2 ч.)**

**1) Решить уравнения.**

$$0,5 \log_{2-x}(x^2+x-6)^2 = 2 \quad | \quad 0,5 \log_{1-x}(x^2+3x-4)^2 = 1$$

**2) Решить неравенства.**

- а)  $\frac{\log_{0,5}(8-x)}{\log_2(x+4)} > 0$   
 б)  $x^3 > 2^{15 \log_2 \sqrt{2}} \sqrt{3} \cdot 3^{\log_{\sqrt{x}} 3}$   
 в)  $x^2 \cdot 2^x - 2^{x+1} < 3x^2 - 6$

**3) Решить графически уравнение.**

$$|\log_2(x+2) - 2| = \sqrt{x^2 + 4x + 4} \quad | \quad |\log_{1/2}(x-2) - 2| = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

**4) Найти наибольшее (2 в. – наименьшее) значение функции.**

$$y = (\operatorname{tg} \pi/3)^{4x-x^2} \quad | \quad y = 7^{x^2+2x}$$

**5) При всех положительных значениях параметра р решить нерав-во.**

$$p^{\log_{1/2}(x-p)} > p^{\log_{1/2}(4-x)}$$

**Вариант № 5\***

- a)  $(1/3)^{x-1} + 36^{1/\log_2 6} = 9^{-x}$   
 б)  $2 \log_3(x-5) - 2 = \log_3(3x-5)$   
 в)  $16 \cdot 4^x - 4^{\sqrt{2x+12}} = 0$

$$p^{\log_2(x-p)} \geq p^{\log_2(8-x)}$$

**Вариант № 6\*(2 ч.)**

**1) Решить уравнения.**

- a)  $(1/4)^x = 2^{3-x} + 25^{1/\log_3 5}$   
 б)  $2 \log_2(x-4) - \log_2(2x-3) = 2$   
 в)  $3^{\sqrt{x+5}} - 27 \cdot 3^x = 0$

**2) Решить неравенства.**

- a)  $\log_{x/4}(x^2 - 10x + 25) \leq 0$   
 б)  $\log_x \log_2(4^x - 20) < 1$   
 в)  $\log_5(\log_{0,5} x + \log_{0,5} x^2 - 3) \geq 1$

- a)  $\log_{x/5}(x^2 - 8x + 16) \geq 0$   
 б)  $\log_x \log_3(6 - 9^x) > 1$   
 в)  $\log_2(\log_{0,5} x - \log_{0,5} x^2 - 2) \geq 2$

**3) Решить графически уравнение.**

$$|\log_2 x| = -x^2 + 6x - 5$$

$$|\log_{1/2} x| = x^2 - 5x + 4$$

**4) Сколько корней в зависимости от параметра  $p$  имеет уравнение?**

$$4^x + 2p \cdot 10^x - (36 - p^2) \cdot 25^x = 0$$

**Вариант № 7\***

- a)  $6^{x^2-1} \cdot 3^{x-5} \cdot 2^{x-5} = 1$   
 б)  $\frac{1}{16} \sqrt[3]{8^{2x}} = 32^{x+1}$   
 в)  $9^{\frac{x^2-4}{3}} = 7^{\frac{x^4-16}{4+x^2}}$   
 г)  $x^{2\lg^3 x - 1,5 \lg x} = \sqrt{10}$   
 д)  $\log_7(x+2) = 6 - x$

**Вариант № 8\* (2 ч.)**

**1) Решить уравнения.**

- a)  $8^{x^2+2x} \cdot 2^{x-4} \cdot 4^{x-4} = 1$   
 б)  $\frac{1}{9} \cdot 27^{x-2} = \sqrt{9^{x+2}}$   
 в)  $11^{\frac{x+3}{2}} = 8^{\frac{x-6+x^2}{x-2}}$   
 г)  $x^{2\lg^2 x} = 10x^3$   
 д)  $3^x = 10 - \log_2 x$

**2) Решить неравенства.**

- a)  $\log_3(2 - 3^{-x}) < x + 1 - \log_3 4$   
 б)  $\log_{-3+x^2}(4x+7) > 0$   
 в)  $(1 - (1/12)^{x+2}) \cdot \log_{9/5}(3x+8) \geq 0$

- a)  $\log_3 \frac{x+4}{x-2} - \log_3 \frac{4x+11}{5x+1} < 1$   
 б)  $\log_{\frac{x-1}{5x-6}}(\sqrt{6} - 2x) < 0$   
 в)  $((11/10)^{x-5} - 1) \cdot \log_{3/8}(7x+2) \leq 0$

**3) Решить графически систему уравнений.**

$$\begin{cases} y = |1 - \log_2 x| \\ \frac{9-x^2}{x+3} = 6-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \log_2 |3-x| \\ y = |x^2 - 3| \end{cases}$$

**4) Найти ООФ.**

- a)  $y = \sqrt{x^2 - 25} \cdot \log_7(42 + x - x^2)$   
 б)  $y = \frac{\sqrt{7x-6-x^2}}{\lg(x^2-2)} + \lg|x-3|$

- a)  $y = \lg(1 - \log_{1/2}(x+5))$   
 б)  $y = \log_3 \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{\sqrt[4]{4-x^2-3x}}{\log_2(x+1)}$

**5) При всех значениях параметра  $p$  решить неравенство.**  
 $\log_x(x^2 + p^2 + 3) > 2$        $\log_x(x^2 + p^2 + 4) < 2$

**6) При каком значении параметра  $p$  области определения функций**

$$f(x) = \log_3(\sqrt{2^p - x} - 3) \quad u \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{23 - x - 2^p}}$$

совпадают?

**7) Решить уравнения**   a)  $\sqrt{p - 7 \log_6^2 x} + \log_6 x = 0$ ;    б)  $3^{\log_3(5x+p+1)} = (4 - 7x) \cdot (5x + p + 1)$

## **КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4 (ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ)**

### **Вариант № 1**

1) Данна функция:  $y = \sin x$

a) Построить график функции на отрезке  $[0; \pi]$

- b) Используя график функции, указать значения  $x$ , при которых функция
- равна 0
  - принимает положительные значения
  - возрастает

2) Найти все решения уравнения и неравенства, принадлежащие

$$\text{промежутку } (-\pi; \pi). \quad \operatorname{tg}x = \frac{\sqrt{3}}{3}; \operatorname{ctg}x < -\sqrt{3} \quad \operatorname{ctg}x = -\frac{\sqrt{3}}{3}; \operatorname{tg}x < \sqrt{3}$$

3) Упростить выражение

$$a) \frac{1 - 2 \sin x \cdot \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$b) \frac{\sin(x - \pi) \cdot \cos(2\pi + x)}{\cos(\pi/2 - x) \cdot \cos(3\pi/2 - x)}$$

$$e) \frac{2 \cos x - \sin 2x}{\sin^2 x - \sin x + \cos^2 x}$$

$$a) \frac{\cos x + \sin x}{1 + 2 \sin x \cdot \cos x}$$

$$b) \frac{\cos(2\pi - x) \cdot \sin(\pi - x)}{\operatorname{tg}(x - \pi) \cdot \sin(\pi/2 + x)}$$

$$e) \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{\cos x - \sin^2 x - \cos^2 x}$$

и найти все значения  $x$ , при которых выражение принимает значение, равное 0

равное 2

4) Найти множество значений функции:  $y = 2\sin x + 3$ ;  $y = 2 - 3\cos 2x$

5) Решить уравнения.

$$a) \sin 2x + 2 \cos x = 0$$

$$b^*) 1 - \cos x - \sin x/2 = 0$$

$$b) \cos 4x + \sin^2 2x = 0$$

$$g^*) 1 + \cos 2x + \cos x = 0$$

6) Упростить выражение. (Дополнительное задание)

$$a) \frac{\operatorname{ctg}^2(x + \pi/2) \cdot \cos^2(x - \pi/2)}{\operatorname{ctg}^2(x - \pi/2) - \cos^2(x + \pi/2)}$$

$$b) \sin x \times \sin(x - y) - \sin^2(y/2 - x)$$

$$b) \cos \pi/7 \cos 4\pi/7 \cos 5\pi/7$$

$$g) \sin 575^\circ \cdot \cos 845^\circ - \cos 1405^\circ \cdot \sin 1675^\circ - \operatorname{tg} 215^\circ \cdot \operatorname{tg} 685^\circ - \operatorname{tg}^2 35^\circ$$

д) Найти  $\sin^6 x + \cos^6 x$ , если  $\sin x + \cos x = m$

е) Найти  $\cos^8 x - \sin^8 x$ , если  $\cos 2x = m$

$$ж) \frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ}$$

$$з) \cos 84^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \cos 48^\circ \cdot \cos 12^\circ$$

$$и) Докажите, что \sin 47^\circ + \sin 61^\circ - \sin 11^\circ - \sin 25^\circ = \cos 7^\circ$$

к) Какое из чисел является наименьшим?  $\cos 1; \cos 1,5; \cos(-1,2); \cos(-0,5); \cos 2$

$$7) \text{Найти ООФ: } y = \frac{3\sqrt{-x} + 2\sqrt{x+4}}{\sin x}; \quad y = \frac{2\sqrt[4]{x} + 3\sqrt{5-x}}{\cos x}$$

8) При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $\sin(x + 5) - \sin(x - 5) = 4 - p$  имеет корень в интервале  $(\pi; 3\pi/2)$

### **Вариант № 3\***

1) Данна функция  $|y| = \sin x$ ;  $|y| = \cos x$

### **Вариант № 4\*(2 и.)**

- a) Построить график функции  
 б) По гр. ф-ии, указать значения  $x$  на отр-ке  $[0; \pi]$ , при кот. функция
- равна 0
  - принимает положительные значения
  - возрастает
  - равна 0
  - принимает отрицательные значения
  - убывает

**2) Построить график функции.**

$$y = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} \cdot \frac{\cos^2(-x) \cdot \cos(\pi/2 - x)}{\operatorname{tg}(\pi/2 - x) \cdot \sin(\pi - x)}$$

$$y = \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x} \cdot \frac{\sin(\pi + x) \cdot \operatorname{tg}(\pi/2 + x)}{\operatorname{ctg}(\pi - x)}$$

**3) Найти все решения уравнения и неравенства, принадлежащие**

промежутку  $(-\pi; \pi)$ .  $\operatorname{tg}\left|x + \frac{\pi}{4}\right| = 1; \operatorname{tg}\left|x + \frac{\pi}{4}\right| \leq -1$

**4) Найти.**

- a)  $\sin \alpha$ , если  $\operatorname{tg} 2\alpha = -4/3$ ,  $0 < \alpha < \pi/2$
- б)  $\sin 3x$ , если  $\cos(4\pi/9 - x/2) = \cos(\pi/6 + x/2)$
- в)  $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$
- а)  $\sin \alpha$ , если  $\operatorname{ctg} 2\alpha = -2,4$ ,  $0 < \alpha < \pi/2$
- б)  $\sin 8x$ , если  $\cos(\pi/4 - x) + \cos(\pi/6 + x) = -2 \cos(5\pi/24)$
- в)  $\frac{3\sin 2\alpha - 4\cos 2\alpha}{5\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3$

**5) Решить уравнение.**

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x \quad 1 - \cos x = 2 \sin^2 x / 2$$

**6) Найти МЗФ:**  $y = 3 \sin 2x \cdot \cos 2x - 4$ ;  $y = 10 - 9 \sin^2 3x$ ;  $y = 1 - 2|\cos x|$

**7) Упростить выражение**

a)  $\sin^2(\pi/3 + \beta) + \sin^2(\pi/3 - \beta) + \sin^2 \beta$       a)  $\cos^2 \beta + \cos^2(2/3\pi - \beta) + \cos^2(2/3\pi + \beta)$

б)  $\cos(\alpha - \beta) \cdot (\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta - 1) + (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)$

б)  $\cos(\alpha + \beta) \cdot (\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1) + (1 - \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)$

в)  $\sqrt{5 - 8\sqrt{2} \sin x \cdot \cos x - \sin \frac{8x + 9\pi}{2}} + \sqrt{6 + 4\sqrt{2} \sin 2x - 2 \cos^2 2x}$

в)  $\sqrt{7 - 4\sqrt{3} \sin \frac{4}{15}\pi - 4 \cos^2 \frac{4}{15}\pi} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3} \sin \frac{4}{15}\pi - 4 \cos^2 \frac{4}{15}\pi}$

**8) Решить систему.**

$$\begin{cases} \cos 2x = -1 \\ \left| \frac{3x+2}{x-1} \right| \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{ctg} x/2 = 0 \\ \frac{\sqrt{25-3x}}{x} \geq 0,125 \end{cases}$$

**9) Найти значения параметра  $p$ , принадлежащие отрезку  $[0; \pi/2]$ , при которых уравнение  $(\sin p - 1/2) \sin x = 10p (\sin p - 1/2)$  имеет решения.**

**9) При каких значениях параметра  $p$  уравнение не имеет решений?**

$$\frac{\sin x \cdot \cos p/2 - \cos x \cdot \sin p/2}{p} = 3$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5 ( ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ )

**Вариант № 1**

**Вариант № 2**

**I) Решить уравнения.**

- |   |   |
|---|---|
| a) $2 \sin x + 1 = 0$   | a) $2 \cos x + 1 = 0$   |
| б) $4 \cos(3x - \pi/4) = -\sqrt{8}$   | б) $\sqrt{8} \sin(2x + \pi/6) + \sqrt{6} = 0$   |
| в) $\sqrt{3} \operatorname{tg} 2x/3 - 1 = 0$  | в) $\operatorname{tg} 3x/4 = -1$  |
| г) $\operatorname{ctg}(x + \pi/6) = -13$  | г) $\operatorname{ctg}(x - \pi/3) - 2 = 0$  |
| д) $2 \sin^2 x - 9 \cos x + 3 = 0$  | д) $4 \cos^2 x - 12 \sin x + 3 = 0$   |
| е) $(1 + \cos 2x)(\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) = 0$  | е) $(\sin x/2 - 1)(\operatorname{ctg} x + \sqrt{3}) = 0$  |
| ж) $(1 + \sqrt{2} \cos(x + \pi/4))(\operatorname{ctg} x - \sqrt{3}) = 0$  | ж) $(1 + \sqrt{2} \cos(x + \pi/4))(\operatorname{ctg} x - \sqrt{3}) = 0$  |
| з) $4 \sin x \cos x = -\sqrt{3}$  | з) $4 \sin x \cos x = -1$   |
| и) $\frac{\operatorname{tg} 5x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} 5x} = -1$ | и) $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| к) $\left  \sin\left(9x + \frac{\pi}{7}\right) \right  = \frac{1}{\sqrt{2}}$                                      | к) $\left  \cos\left(3x - \frac{\pi}{14}\right) \right  = \frac{1}{2}$  |
| л) $\frac{\sin 3x + \sin x}{\cos x} = 0$  | л) $\frac{\cos 3x - \cos x}{\sin x} = 0$  |

**2) Изобразить схематически график функции.**

1)  $y = |\cos 2x|; y = \sin |0,5x|$       2)  $y = \cos |2x|; y = |\sin 0,5x|$

3)  $y = x \cdot \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x - 1$

**3) Дано**  $\sin x + \cos x = p$  (2 в. :  $\sin x - \cos x = p$ ). Найти  $\sin 2x$  и наибольшее (2 в. – наименьшее) значение  $p$ .

**4) Вычислить без помощи таблиц и калькулятора. (Дополнительное задание)**

а)  $\operatorname{tg} 570^\circ + \cos 210^\circ$ ; б)  $\sin 15^\circ$ ; в)  $\cos 67,5^\circ$ ; г)  $\operatorname{tg} 75^\circ$

д)  $\cos^2 73^\circ + \cos^2 47^\circ + \cos 73^\circ \cdot \cos 47^\circ$ ; е)  $\cos \frac{22}{21}\pi - \cos \frac{9}{7}\pi + \cos \frac{50}{21}\pi$

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6 (ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА)

#### *Вариант № 1*

- 1) Решить уравнения.
- а)  $2 \sin x + 5 \cos x = 0$
  - б)  $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 1$
  - в)  $\sin 2x + \cos^2 x = 1$
  - г)  $\sin x = \cos 3x$
  - д)  $\cos 5x + \cos 3x + \cos x = 0$

- 2) Решить неравенства.
- а)  $\cos x \leq -\sqrt{3}/2$
  - б)  $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$
  - в)  $2 \cos^2 x + \sin x - 1 < 0$

3) Решить системы уравнений.

$$\begin{cases} \sin x = \cos y \\ 2 \cos^2 y + \sin x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = \sin y \\ \sin^2 y - \cos x = 2 \end{cases}$$

**4) Решить уравнения и неравенства. (Дополнительное задание)**

- а)  $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$
- б)  $3 + 2 \sin 2x = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$
- в)  $3 \cdot (\log_2 \sin x)^2 + \log_2(1 - \cos 2x) = 2$
- г)  $\sin 2x + 2 \sin x > 0$
- д)  $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - 4 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} > 0$
- е)  $\lg \log_{\cos x}(7 - x) \geq 0$

5) Найти все значения  $p$ , при которых число  $x = 2$  является корнем ур-ия.

$$\left( p - 3x^2 - \cos \frac{11\pi}{4} \right) \cdot \sqrt{8 - px} = 0$$

$$\left| \left( p - 3x^2 - \sin \frac{11\pi}{4} x \right) \cdot \sqrt{11 - 3px} = 0 \right.$$

**Вариант № 3\***

1) Решить уравнения.

- a)  $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x + \sin^2 4x$   
 б)  $3 \sin 3x \cos 3x + 2 \sin 4x \sin(\pi + x) = 3 \sin 5x \cos x$   
 в)  $| -2 + 2,5 \cos 2x | = 2 - \cos^2 x$   
 г)  $\cos(2 \sin x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 д)  $\sin^5 x - \sin^4 x \cos x = 2 \sin^3 x \cos^2 x$   
 е)  $\cos x = |\cos x| \cdot (x + 1,5)^2$

**Вариант № 4\*(2 ч.)**

2) Решить системы уравнений.

a)  $\begin{cases} \sin x + \sin y = -1 \\ x - y = \frac{11\pi}{3} \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} \operatorname{ctgx} \cdot \operatorname{ctgy} + 1 = 0 \\ \cos x \cdot \cos y - \frac{2}{7} = 0 \end{cases}$

a)  $\begin{cases} \cos x + \cos y = -1 \\ y - x = \frac{7\pi}{3} \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} \operatorname{tgx} \cdot \operatorname{ctgy} - 1 = 0 \\ \sin x \cdot \cos y + \frac{5}{16} = 0 \end{cases}$

3) Решить неравенства.

- а)  $\sqrt{2} \cdot (\sin 2x - \cos x) + 2 \sin x > 1$   
 $x \in [0; \pi]$   
 б)  $(\sqrt{3} + 3 \operatorname{tgx}) \cdot (\operatorname{tgx} + 1)^{1/2} \leq 0$   
 в)  $2 \cos^2(\pi/4 + x) - 3 \sin x \cos x < 0$   
 г)  $2 \cos 2x - 9 \sin x - 4 \leq 0$   
 д)  $|18 \cos x/3 - 4| \leq 13$   
 е)  $|\sin x| + \left| \sin x - \frac{1}{3} \right| \leq \frac{1}{3}$

- а)  $\sqrt{2} \cdot (\sin 2x + \sin x) - 2 \cos x < 1$   
 $x \in [0; \pi]$   
 б)  $(\sqrt{3} - \operatorname{tgx}) \cdot (\operatorname{tgx} - 1)^{1/2} > 0$   
 в)  $2 \sin^2 x + 5 \sin(\pi/4 + x) \cos(\pi/4 + x) \geq 0$   
 г)  $5 \cos 2x + 22 \cos x + 9 < 0$   
 д)  $|10 \sin 2x + 2| \geq 7$   
 е)  $|\cos x| + \left| \cos x - \frac{1}{4} \right| > \frac{1}{4}$

4) При всех значениях параметра  $p$  решить.

а)  $\frac{p}{\sin x \cdot \cos x} - \frac{p}{\sin x} + \frac{2}{\cos x} - 2 = 0$

б)  $\frac{1}{2} \cos 4x - 4 \cos^4 x = p$

5) При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $\operatorname{tg}(\pi/4 + x) + \operatorname{tg}(\pi/4 - x) = 2p$  имеет решения?

6) При каких значениях параметра  $p$  уравнение

$\operatorname{ctgx} \cdot \sin 2x - \sin^2 x \left( 2 \cdot \operatorname{ctg}^2 x - \frac{5}{\sin x} \right) = 4 - p$  не имеет корней?