

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 сентября 2018 года

Вариант МА10110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

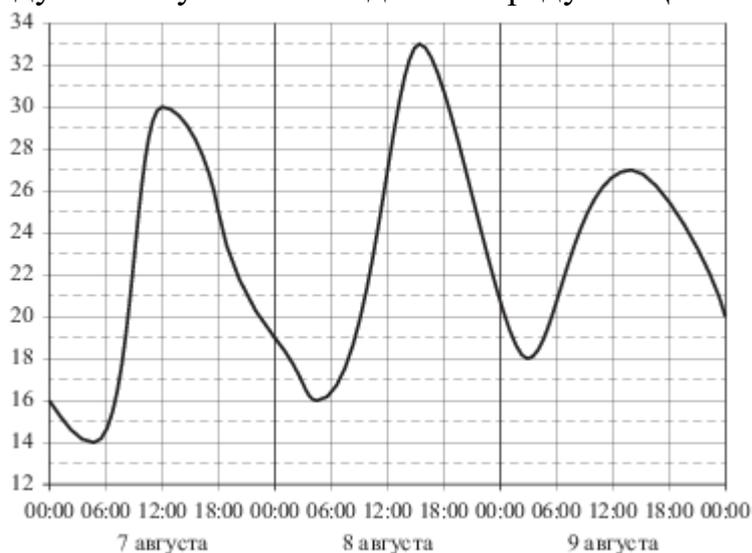
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** На бензоколонке один литр бензина стоит 34 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 25 литров бензина и взял бутылку воды за 20 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

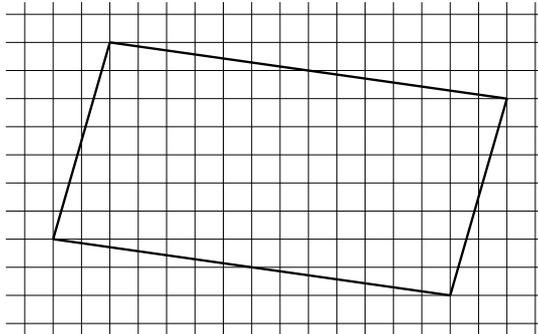
Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 9 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите длину его меньшей диагонали.



Ответ: _____.

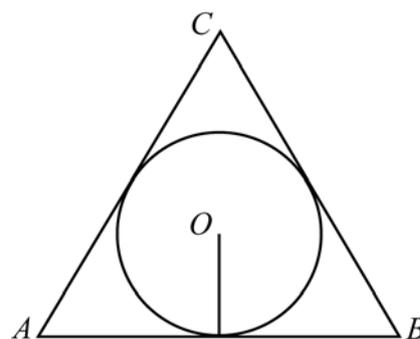
- 4 При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 67,99 мм или больше чем 68,01 мм.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{6x-10} = \frac{1}{11}$.

Ответ: _____.

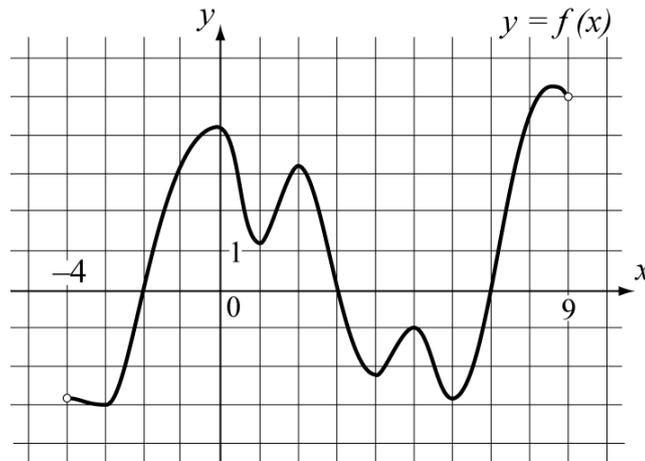
- 6 Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 31. Найдите высоту этого треугольника.



Ответ: _____.

7

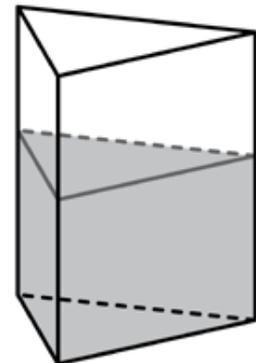
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4;9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

8

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 112 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд такой же формы, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $(\sqrt{50} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{8}$.

Ответ: _____.

10 При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решётку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1600 нм?

Ответ: _____.

11 От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 108 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним со скоростью, на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 46)^2 e^{-46-x}$ на отрезке $[-48; -45]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin 2x + 4 \cos^2 \left(\frac{3\pi}{8} + x \right) = 2 + \sqrt{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

14 В основании правильной четырёхугольной пирамиды $МABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 10. Противоположные боковые рёбра пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

а) Докажите, что сечение плоскостью α пирамиды $МABC$ является параллелограммом.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $МABC$ плоскостью α .

15 Решите неравенство $x^3 + x^2 - \frac{18x^2 - x + 2}{x - 2} \leq 1$.

16 Две окружности касаются внешним образом в точке C . Прямая касается меньшей окружности в точке A , а большей — в точке B , отличной от A . Прямая AC вторично пересекает бóльшую окружность в точке D , прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке E .

а) Докажите, что прямая AE параллельна прямой BD .

б) Пусть L — отличная от D точка пересечения отрезка DE с большей окружностью. Найдите EL , если радиусы окружностей равны 1 и 3.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 30 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 9 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 140 млн, а к концу проекта — больше 250 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(x^2 + x + a)^2 = 2x^4 + 2(x + a)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 2]$.

19 Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 181$?

б) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 180$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $9K(n) - n$, если n — трёхзначное число?