

## Игра в камни, два варианта хода

### 1. Задание 26 № 4570

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых – 4, а во второй – 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ход состоит в том, что игрок или утраивает число камней в какой-либо куче, или добавляет 2 камня в какую-либо кучу. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в одной из куч становится не менее 19. Если в момент завершения игры общее число камней в двух кучах не менее 35, то выиграл Ваня, в противном случае – Петя. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

### 2. Задание 26 № 4861

Два игрока, Паша и Вова, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу 1 камень или 10 камней. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 17 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 31. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 30$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вова может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вовы.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём Паша не может выиграть за один ход, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вова. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вовы есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, однако у Вовы нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вовы. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вовы (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

### 3. Задание 26 № 4867

Два игрока, Паша и Вова, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу 1 камень или 10 камней. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 17 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 41 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 40$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вова может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вовы.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём Паша не может выиграть за один ход, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вова. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вовы есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, однако у Вовы нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вовы. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вовы (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

### 4. Задание 26 № 4877

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 4, а во второй — 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ход состоит в том, что игрок или утраивает число камней в какой-то куче, или добавляет 2 камня в какую-то кучу. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в одной из куч становится не менее 20. Если в момент завершения игры общее число камней в двух кучах не менее 36, то выиграл Ваня, в противном случае — Петя. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

### 5. Задание 26 № 4880

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 2, а во второй — 3 камня. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. Ход

состоит в том, что игрок или утраивает число камней в какой-то куче, или добавляет 4 камня в какую-то кучу. Игра завершается в тот момент, когда общее число камней в двух кучах становится не менее 31. Если в момент завершения игры общее число камней в двух кучах не менее 40, то выиграл Петя, в противном случае — Ваня. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

#### 6. Задание 26 № 4884

Два игрока, Петя и Вася, играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 2, а во второй — 1 камень. У каждого игрока неограниченно много камней. Игроки ходят по очереди, первым ходит Петя. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то куче, или добавляет 3 камня в какую-то кучу. Выигрывает игрок, после хода которого в одной из куч становится не менее 24 камней. Кто выигрывает при безошибочной игре? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока?

Ответ обоснуйте.

#### 7. Задание 26 № 4958

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в пять раз. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 50 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 100. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 101 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 100$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани. Представьте его в виде рисунка или таблицы. Для каждого ребра дерева укажите, кто делает ход, для каждого узла — количество камней в позиции.

#### 8. Задание 26 № 5069

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в пять раз**. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 50 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 200. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 201 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 200$ .

Говорят, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока - значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

#### 9. Задание 26 № 5225

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в

пять раз. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 50 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 200. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 201 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 200$ .

Говорят, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

#### 10. Задание 26 № 5257

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или утроить количество камней в куче, а затем убрать из кучи 1 камень. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 29 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 34. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 35 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 34$ .

Говорят, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

#### 11. Задание 26 № 5322

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или возвести количество камней в квадрат. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 49 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится 100 или более. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 100 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 < S < 99$ .

Говорят, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причем (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах - количество камней в позиции.

## 12. Задание 26 № 5406

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 48. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 48 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 47$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

## 13. Задание 26 № 5438

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 48. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 48 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 47$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

#### 14. Задание 26 № 5534

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 66. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 66 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 65$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

#### 15. Задание 26 № 5566

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 39. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 39 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 38$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого

указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

#### 16. Задание 26 № 6201

Два игрока, Паша и Вова, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может **добавить в кучу 1 камень** или **добавить в кучу 10 камней**. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 17 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 52. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 52 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 51$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при которых Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вова может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вовы.

2. Укажите два значения  $S$ , при котором у Паши есть выигрышная стратегия, причём (а) Паша не может выиграть за один ход, но (б) Паша может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вова. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вовы есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, однако у Вовы нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вовы. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вовы (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

#### 17. Задание 26 № 6246

Два игрока, Паша и Вова, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может **добавить в кучу 1 камень** или **добавить в кучу 10 камней**. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 17 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 52. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 52 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 51$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при которых Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вова может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вовы.

2. Укажите два значения  $S$ , при котором у Паши есть выигрышная стратегия, причём (а) Паша не может выиграть за один ход, но (б) Паша может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вова. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вовы есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, однако у Вовы нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вовы. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вовы (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

#### 18. Задание 26 № 6278

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 47 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 46$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

#### 19. Задание 26 № 6318

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 65. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 64$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

#### 20. Задание 26 № 6350

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 65. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 64$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

#### 21. Задание 26 № 6435

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 69. Победителем считается игрок,

сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 69 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 68$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

## 22. Задание 26 № 6471

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 73 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 72$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

## 23. Задание 26 № 6513

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 24$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

## 24. Задание 26 № 6589

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 29. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 29 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 28$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

### 25. Задание 26 № 6823

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 75 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 74$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите три таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

### 26. Задание 26 № 6855

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 29. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 29 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 28$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

### 27. Задание 26 № 6970

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди,

первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 20 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 41 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 40$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1.

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2.

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3.

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

## 28. Задание 26 № 7002

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 20 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1.

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2.

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3.

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

## 29. Задание 26 № 7215

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 102. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 102 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 101$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

## Задание 1

- а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающие ходы.
- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

## Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

## Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**30. Задание 26 № 7384**

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 106. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 106 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 105$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

## Задание 1

- а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающие ходы.
- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

## Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

## Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**31. Задание 26 № 7387**

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 22. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 22 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 21$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения.
- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причем (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

### 32. Задание 26 № 7388

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в 3 раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 30 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 29$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

### 33. Задание 26 № 7419

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 98. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 98 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 97$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

#### Задание 1

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

#### Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

#### Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на ребрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**34. Задание 26 № 7423**

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 94. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет 94 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 93$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1**

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2**

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3**

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**35. Задание 26 № 7683**

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в шесть раз**. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 60 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 361. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 361 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 360$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрышающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**36. Задание 26 № 7710**

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в шесть раз**. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 60 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 365. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 366 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 365$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при

различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

### 37. Задание 26 № 7937

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может: добавить в кучу один камень (действие А) или утроить количество камней в куче, а затем убрать из кучи один камень (действие Б). Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 29 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 32. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 32$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

### 38. Задание 26 № 8002

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может: добавить в кучу один камень (действие А) или утроить количество камней в куче, а затем добавить ещё один камень (действие Б). Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 31 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 31. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 32 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 31$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

### 39. Задание 26 № 9210

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди,

первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

- добавить в кучу один камень** (действие А) или  
**утроить количество камней в куче, а затем убрать из кучи 2 камня** (действие Б).

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 28 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $2 \leq S \leq 30$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1.

а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

#### 40. Задание 26 № 9318

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

- добавить в кучу один камень** (действие А) или  
**утроить количество камней в куче, а затем убрать из кучи 2 камня** (действие Б).

Например, имея кучу из 20 камней, за один ход можно получить кучу из 21 камня или из 58 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 39. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 40 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $2 \leq S \leq 39$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

#### 41. Задание 26 № 10489

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию в игре будем обозначать (6, 9). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (12, 9), (7, 9), (6, 10), (6, 18). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 81. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 81 или больше камней.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Например, при начальных позициях (21, 30) и (41, 20) выигрышная стратегия

есть у Пети. Чтобы выиграть, ему достаточно удвоить количество камней во второй куче.

#### Задание 1

Для каждой из начальных позиций (10, 35), (6, 37) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

#### Задание 2

Для каждой из начальных позиций (10, 34), (5, 37), (6, 36) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

#### Задание 3

Для начальной позиции (5, 36) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной Вами выигрышной стратегии. Представьте дерево в виде рисунка или таблицы.

### 42. Задание 26 № 11322

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра заканчивается, когда в куче не меньше 42 камней.

При этом, если число камней в куче не превышает 74, то побеждает игрок, сделавший последний ход, иначе выигрывает его оппонент. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

#### Задание 1

- Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Опишите его стратегию.
- У кого есть выигрышная стратегия при  $S = 38, 39, 40$ ?

#### Задание 2

Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при  $S = 19, 20$ ?

#### Задание 3

Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при  $S = 18$ ?

В каждом случае опишите выигрышную стратегию. В задании 3 постройте дерево игры или таблицу, где ребрами являются сделанные ходы, а узлами - позиции камней.

### 43. Задание 26 № 11326

Паша и Валя играют в следующую игру: перед игроками лежит куча камней, каждый игрок за один ход может добавить в кучу 1 камень или удвоить количество камней в куче. Камни для ходов не ограничены. Выигрывает тот игрок, после хода которого в кучу оказалось 24 и более камней, но не более 38. Если после хода игрока в куче более 38 камней, выигрывает его соперник. Первым ходит Паша.

Пусть  $S$  — начальное количество камней в куче.

- При каких значениях  $S$  Паша может выиграть первым ходом?
- У кого есть выигрышная стратегия при  $S = 20, 21, 22$ .
- У кого выигрышная стратегия при  $S = 10, 11$ ?
- У какого игрока выигрышная стратегия при  $S = 9$ ? Нарисуйте дерево решений.

### 44. Задание 26 № 11328

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу 1 камень или увеличить число камней в 2 раза. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 14 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 24. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 24 или больше камней. Но, если камней в куче становится больше 38, то проигрывает тот, кто сделал последний ход. Например, в куче было 20 камней. Паша, удвоив количество камней, получил 40. В таком случае выигрывает не Паша, а Валя.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 23$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

- Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающие ходы.
- Кто имеет выигрышную стратегию при  $S = 22, 21, 20$ ?
- Кто имеет выигрышную стратегию при  $S = 10, 11$ ?
- Кто имеет выигрышную стратегию при  $S = 9$ ? Опишите эту стратегию, постройте дерево ходов.

**45. Задание 26 № 11331**

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу 1 камень или удвоить количество камней в куче. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 14 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 22. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, если в куче осталось не менее 22 камней, но не больше 34 камней. Если же после завершающего хода игрока в куче оказывается больше 34 камней, то игрок, сделавший последний ход — проигрывает.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

- 1) а) При каких значениях Паша выигрывает 1 ходом. б) Кто выигрывает при  $S=20, 19, 18$ .
- 2) Кто выигрывает при  $S=10, 9$ .
- 3) Кто выигрывает при  $S=8$ . Нарисуйте дерево партий.

**46. Задание 26 № 15994**

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу два камня или  
увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 80. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший суммарно в обеих кучах 80 или более камней.

В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 72$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы следующего игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

а) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом, причём у Пети есть ровно один выигрышающий ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.**

Укажите значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

—Петя не может выиграть за один ход.

—Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

—у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть своим первым или вторым ходом при любой игре Пети.

—у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть своим первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрышающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.