

## «Преобразование тригонометрических выражений»

## Теоретическая часть:

1. Основное тригонометрическое тождество.
2. Тангенс и котангенс по определению.
3. Связь тангенса и котангенса.
4. Связь тангенса и косинуса.
5. Связь котангенса и синуса.
6. Формулы приведения.
7. Формулы, связанные с решением уравнений  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ .
8. Синус и косинус суммы аргументов.
9. Синус и косинус разности аргументов.
10. Тангенс суммы и разности аргументов.
11. Формулы двойного аргумента.
12. Формулы понижения степени.
13. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение.
14. Преобразование произведений тригонометрических функций в сумму.
15. Преобразование выражения  $A \sin x \pm B \cos x$  к виду  $C \sin(x \pm t)$ , где  $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ ,  $t = \arcsin \frac{B}{C}$ .

## Практическая часть:

1. Упростить выражение:
  - a)  $\cos^2 \alpha + \cos^2 (60^\circ + \alpha) + \cos^2 (60^\circ - \alpha)$ ;
  - б)  $\frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha + \sin \beta}$ ;
  - в)  $\frac{1 + \operatorname{ctg}(45^\circ - \alpha)}{\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) - 1}$ ;
  - г)  $\frac{1 + \cos 2\varphi}{1 - \cos 2\varphi}$ ;
2. Известно, что  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{8}$ . Доказать, что  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta + \gamma) = 1$ .
3. Решить неравенство  $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) \cos(5x - \frac{\pi}{3}) - \sin(2x - \frac{\pi}{4}) \sin(5x - \frac{\pi}{3}) < -\frac{1}{3}$ .
4. Вычислить  $\frac{1 - 2\cos^2 \frac{5\pi}{8}}{\sin^2 75^\circ - 1}$ .
5. Решить уравнение  $\cos 5x - \cos x = \sin 3x$ ,  $\cos x > 0$ .
6. Решить уравнение  $\sqrt{2} \cos \frac{x}{2} - \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} = 1$ .
7. Решить неравенство  $\cos^4 \frac{x}{2} + 3 - 4 \sin x > \sin^4 \frac{x}{2}$ .