

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 239

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.



Желаем успеха!

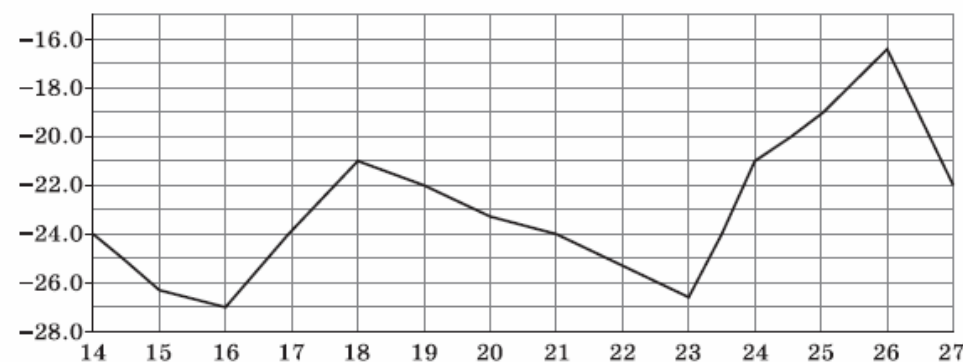
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Подготовка книги к печати стоит 30 тыс. р. Печать одного экземпляра стоит 30 р. Сеть книжных магазинов покупает эту книгу у издательства по 70 р. за экземпляр. При каком наименьшем тираже книги издательство окажется не в убытке?

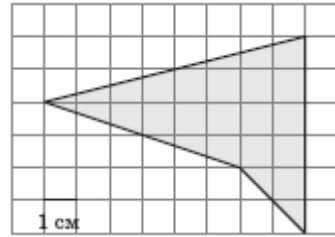
Ответ: _____.

2. На рисунке изображён график среднесуточной температуры в г. Омске в период с 14 по 27 января 1974 г. На оси абсцисс откладываются числа месяца, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какой была наибольшая среднесуточная температура в период с 14 по 21 января 1974 г. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4. Поставщик заказывает опоры двигателя у двух фабрик. Первая фабрика выпускает 80% этих опор, вторая — 20 %. Первая фабрика выпускает 1 % бракованных опор, а вторая — 5 %. Найдите вероятность того, что случайно заказанная у поставщика опора двигателя будет исправной.

Ответ: _____.

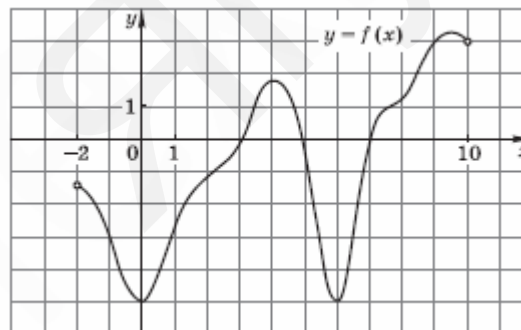
5. Решите уравнение $7^{3x-2} \cdot 7^{x-1} = 7$

Ответ: _____.

6. Радиус окружности равен 19. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $19\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 10)$. Определите количество точек с целыми абсциссами, в которых производная функции отрицательна.



Ответ: _____.

8. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 42, высота равна $7\sqrt{6}$. Найдите плоский угол при вершине пирамиды. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{6\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}} - \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 6$ при $x = 6$

Ответ: _____.

10. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела (Вт) вычисляется по формуле $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности тела (м^2), T — температура тела (К). Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{64} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $2,28 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Ответ дайте в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

11. Часы со стрелками показывают 11 ч 00 мин. Через сколько минут минутная стрелка в двенадцатый раз поравняется с часовой?

Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = 10x \cos x - 7 \cos x - 10 \sin x - 4$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin x = \cos^2 x + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sin(\pi/6)} \right)$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi \right]$

- 14.** В основании SABCD лежит прямоугольник ABCD со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания ABCD отмечена точка E, а на ребре AS – точка F так, что $SF = BE = 3$.
- А) Докажите, что плоскость CEF параллельна SB.
- Б) Пусть плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q. Найдите расстояние от Q до плоскости ABC.

15. Решите уравнение $(x^2 - 8x + 15)(2^{x-3} + 2^{3-x} - 2)^{-1} \cdot \sqrt{x-1} \leq 0$

- 16.** Дан выпуклый четырехугольник ABCD с прямым углом A. Окружность, проходящая через вершины A, B и D пересекает стороны BC и CD в точках M и N соответственно. Прямые BN и DM пересекаются в точке P, а прямая CP пересекает сторону AD в точке K.
- А) Докажите, что точки A, M, P и K лежат на одной окружности.
- Б) Найдите радиус этой окружности, если известно, что прямая СК параллельна прямой AM и $AB = AK = KD = 4\sqrt{5}$

17. Банк планирует на один год вложить 30 % имеющихся у него средств клиентов в проект А, а остальные 70 % – в проект В. В зависимости от обстоятельств проект А может принести прибыль в размере от 32 % до 37 % годовых, а проект В – от 22 % до 27 % годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им процент по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться от 10% до 20% годовых. Определите, какую наименьшую и наибольшую чистую прибыль в процентах годовых от суммарных вложений в проекты А и В может при этом получить банк.

- 18.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(|2x + 1 - a| + |2x + 1 + a| - 2a)(|x^2 - 2x + a| + |x^2 - 2x - a| - 2a) = 0$ имеет ровно четыре целых решения

- 19.** Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n
- А) Существует ли такое трехзначное число n , что $K(n) = 171$?
- Б) Существует ли такое трехзначное число n , что $K(n) = 172$?
- В) Какое наименьшее значение может принимать выражение $4K(n) - n$, если n - трехзначное число?