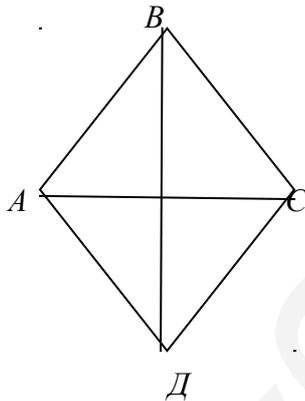


ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ.



Определение. Четырёхугольником наз. фигура, которая состоит из 4 – х точек, никакие 3 из них не лежат на одной прямой, и 4 – х отрезков, которые последовательно соединяют эти точки и не пересекаются.

Элементы четырёхугольника



AB, BC, CD и AD – стороны четырёхугольника
 A, B, C, D – вершины четырёхугольника
 AC и BD – диагонали четырёхугольника

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$ периметр

Стороны и углы четырёхугольника могут быть соседними и противоположными. AB и AC , AB и BC – соседние стороны;

AB и CD , BC и AD – противоположные стороны;
 $\angle A$ и $\angle B$ – соседние углы, $\angle C$ и $\angle A$ – противоположные.

Опр. Отрезки, соединяющие противоположные вершины четырёхугольника наз. диагоналями.

Опр. Сумма длин всех сторон четырёхугольника называется периметром.

Четырёхугольники бывают выпуклые и невыпуклые.

Определение. Если четырёхугольник лежит с одной стороны от каждой прямой, которая проходит через 2 его соседние вершины, то он выпуклый

Тест с выбором одного правильного ответа:

1. Укажите пары противоположных сторон четырёхугольника.

- а) AB и BC
- б) AD и BC
- в) BD и AC
- г) AB и CD

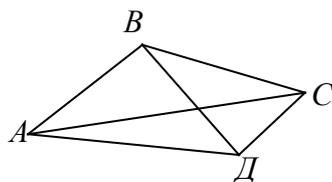


рис. 1

- 2. Укажите пары соседних сторон четырёхугольника. Варианты ответов те же.
- 3. Укажите диагонали четырёхугольника. Варианты ответов те же.
- 4. a, b, c, d – стороны четырёхугольника, P – его периметр.

Заполнить таблицу:

a	8	10	5	23	?
b	12	25	13	?	16
c	16	30	?	30	20
d	18	?	17	35	24
P	?	90	60	115	74

Существование четырёхугольника.

Чтобы установить, можно ли из 4 – х отрезков построить четырёхугольник, проверьте, будет ли самый длинный отрезок меньше суммы оставшихся трёх.

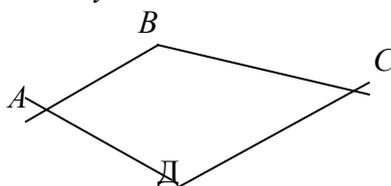
Теорема. Сумма углов четырёхугольника равна 360° . $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$. (рис. 1)

Определение. Угол, смежный с углом четырёхугольника, наз. внешним углом четырёхугольника.

Тест с выбором одного правильного ответа:

1. Найти градусную меру неизвестного угла.

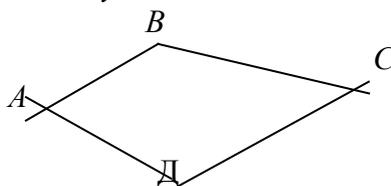
- а) 110°
- б) 97°
- в) 153°
- г) 90°



$$\begin{aligned} \angle A &= 61^\circ, \\ \angle B &= 110^\circ \\ \angle C &= 92^\circ \\ \angle D &=? \end{aligned}$$

2. Найти градусную меру неизвестного угла.

- а) 90°
- б) 75°
- в) 135°
- г) 60°



$$\begin{aligned} \angle A &= 60^\circ, \\ \angle B &= 135^\circ \\ \angle C &=? \\ \angle D &= 90^\circ \end{aligned}$$

3. Найти неизвестный угол четырёхугольника, если три его угла равны $60^\circ, 100^\circ, 50^\circ$.

- а) 60° ; б) 100° ; в) 50° ; г) 150° .

4. Какие из наборов углов могут быть углами четырёхугольника?
 а) $55^\circ, 75^\circ, 100^\circ, 80^\circ$; б) $160^\circ, 95^\circ, 45^\circ, 60^\circ$; в) $145^\circ, 85^\circ, 70^\circ, 65^\circ$

Параллелограмм.

Определение. Четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, называется параллелограммом.

Определение. Высотой параллелограмма наз. перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой, содержащей сторону параллелограмма, на прямую, содержащую противоположную сторону.

Свойства параллелограмма.

У параллелограмма:

1. Противоположные стороны и углы равны;
2. Диагонали точкой пересечения делятся пополам

Тест с выбором одного правильного ответа:

1. В параллелограмме ABCD: $AB = 7$ см, $BC = 12$ см. Найти: AD и CD.
 а) 3,5 и 6; б) 12 и 7; в) 14 и 24; г) 5 и 19.
2. В параллелограмме ABCD: $\angle C = 60^\circ$. Найти все углы параллелограмма.
 а) 30° и 60° и 60° ; б) 120° и 60° и 120° ; в) 90° и 60° и 90° ; г) 60° и 60° и 120° ;
3. В параллелограмме KLMN, $\angle MLK = 35^\circ$. $\angle LMN$ -?
 а) 35° , б) 145° , в) 55° , г) 70° .
4. Какие из наборов длин отрезков могут быть длинами сторон и диагональю параллелограмма?
 а) 5, 8, 14; б) 7, 4, 9; в) 25, 9, 14; г) 134, 6, 9.
5. ABCD – параллелограмм: $AB = 6$ см, $BC = 8$ см, $BO = 3$ см, $AO = 5$ см. Найти его диагонали.
 а) 8 и 6; б) 6 и 10; в) 11 и 6; г) 5 и 8.
6. Найти углы параллелограмма, если его внешний угол равен 130° .
 а) 130° и 30° ; б) 115° и 65° ; в) 130° и 50° ; г) 260° и 100° ;
7. Найти углы параллелограмма, если один из них равен сумме двух других.
 а) 30° и 60° ; б) 40° и 80° ; в) 100° и 50° ; г) 120° и 60° ;

8. Заполнить таблицу.

$\angle A$	43°			
$\angle B$		47°		
$\angle C$			55°	
$\angle D$				45°

Признаки параллелограмма.

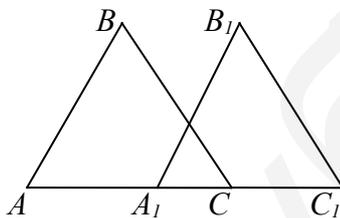
Теорема (1 признак): Если в четырёхугольнике противоположные стороны равны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

Теорема (2 признак): Если в четырёхугольнике две противоположные стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

Теорема (3 признак): Если в четырёхугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

Тест с выбором одного правильного ответа.

- При каком условии $KLMN$ – параллелограмм?
 а) $KL = MN$; б) $KL = MN, KN = LM$; в) $KL = LM$.
- В 4-х угольнике $ABCD$ противоположные стороны попарно равны. Найдите $\angle A$, если $\angle C = 55^\circ$.
 а) 125° ; б) 55° ; в) 35° ; г) 110° .
- В 4-х угольнике $ABCD$ противоположные стороны попарно равны. Найдите AB , если $CD = 8$.
 а) 10 см; б) 8 см; в) 64 см; г) 16 см.
- Какой из 4-х угольников, три угла которого даны является параллелограммом?
 а) $20^\circ, 60^\circ, 120^\circ$; б) $60^\circ, 60^\circ, 130^\circ$; в) $40^\circ, 40^\circ, 140^\circ$; г) $30^\circ, 60^\circ, 30^\circ$;
- Дано: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Найдите расстояние между точками B и B_1 , если $AA_1 = 6$ см.



- а) 3 см; б) 12 см; в) 6 см; г) 2 см.

Рис. 1

- Дано: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Найдите расстояние между точками B и B_1 , если $AC = 10$ см, $A_1C = 4$ см (рис. 1).
 а) 10 см; б) 6 см; в) 4 см; г) 14 см.
- Дано: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Найдите расстояние между точками B и B_1 , если $AC = 20$ см, $A_1C = 6$ см (рис. 1).
 а) 32 см; б) 7 см; в) 8 см; г) 16 см.
- В 4-х угольнике $ABCD$, O – точка пересечения его диагоналей. Заполнить таблицу так, чтобы вывод был верным.

AO	3	дм	мм	0,6 дм
OC	см	2 дм	35 мм	дм
BO	см	4,8 дм	мм	6 см
OD	5 см	дм	2,1 мм	см
вывод	$ABCD$ – пар-м	$ACBD$ – пар-м	$ABDC$ – пар-м	$DCBA$ – пар-м

Определение. Прямоугольником наз. параллелограмм, у которого все углы прямые.

Свойство прямоугольника. Диагонали прямоугольника равны.

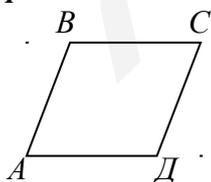
Свойство прямоугольника. Если один из углов параллелограмма прямой, то этот параллелограмм – прямоугольник.

Признак прямоугольника. Если в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник.

Тест с выбором ответа.

1. Найти периметр прямоугольника $ABCD$, если $AB = 10$ см, $BC = 14$ см;
а) 24 см; б) 28 см; в) 48 см; г) 34 см.
2. В прямоугольнике $ABCD$: $AD = 15$ см, $CD = 20$ см, $AC = 25$ см. Найти: BD .
а) 35 см; б) 25 см; в) 20 см; г) 45 см.
3. Дано: $ABCD$ – прямоугольник, BD – диагональ, $\angle BDC = 46^\circ$. Найти: $\angle ABD$, $\angle DBC$, $\angle ADB$.
4. Найти периметр прямоугольника, если его стороны равны 7 мм и 50 мм.
а) 57 мм; б) 120 мм; в) 24 см; г) 11,4 см.
5. Найти диагонали прямоугольника, если их сумма равна 18 см.
а) 10 см и 8 см; б) 18 см и 12 см; в) 9 см и 9 см; г) 18 см и 18 см.
6. В прямоугольнике $ABCD$ на стороне BC взята точка K , $\angle CDK = 40^\circ$. Найти: $\angle BKD$, $\angle SKD$, $\angle ADK$.
7. Найти диагонали прямоугольника $ABCD$, если $AB = 10$ см, $\angle AOB = 60^\circ$. Геометрия,
а) 10 см и 20 см; б) 20 см и 20 см; в) 30 см и 30 см.
8. Найти периметр прямоугольника $ABCD$. Точка K взята на стороне BC : $BK = 3$ см, $KC = 5$ см, $\angle CDK = 45^\circ$.
а) 16 см; б) 32 см; в) 26 см; г) 25 см.

Определение. Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.



$ABCD$ – ромб. $AB = BC = CD = AD$.

Свойства ромба.

1. Все свойства параллелограмма.
2. Теорема. Диагонали ромба перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.

Признаки ромба.

Признак 1. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то это ромб.
Если $AC \perp BD$, то $ABCD$ – ромб

Признак 2. Если диагонали параллелограмма являются биссектрисами его углов, то это ромб.

Если AC и BD – биссектрисы углов A, B, C, D , то $ABCD$ – ромб.

Определение. Квадратом называется прямоугольник у которого все стороны равны, или ромб, у которого все углы равны.

Свойства квадрата.

1. У квадрата все углы прямые.
2. Диагонали квадрата равны.
3. Диагонали квадрата перпендикулярны и являются биссектрисами его углов.

Тест с выбором ответа.

1. $ABCD$ – ромб, O – точка пересечения его диагоналей. $AB = 10$ см, $AO = 8$ см. Найдите BC .

- а) 10 см; б) 8 см; в) 6 см; г) 14 см.

2. $ABCD$ – ромб, O – точка пересечения его диагоналей. $AB = 10$ см, $AO = 8$ см, $DO = 6$ см. Найдите BC .

- а) 10 см; б) 12 см; в) 16 см; г) 14 см.

3. Найдите стороны ромба, если его периметр равен 24 см.

- а) 12 см; б) 24 см; в) 6 см; г) 8 см.

4. $ABCD$ – ромб, $\angle ABD = 60^\circ$. Найдите $\angle ACD$.

- а) 60° ; б) 30° ; в) 90° ; г) 120° .

5. Один из углов ромба равен 70° . Найдите углы, образованные диагональю ромба с его сторонами.

- а) $70^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 110^\circ$; б) $35^\circ, 55^\circ, 35^\circ, 55^\circ$; в) $70^\circ, 70^\circ, 20^\circ, 20^\circ$;

6. Найдите углы ромба, если одна из его диагоналей равна стороне ромба.

- а) $30^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 60^\circ$; б) $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$; в) $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 90^\circ$;

7. Один из углов ромба равен 60° , а меньшая диагональ равна 10 см. Найдите периметр ромба.

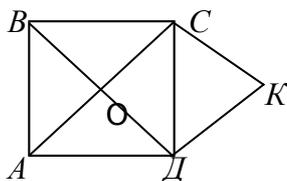
- а) 20 см; б) 40 см; в) 60 см; г) 80 см.

8. Найдите периметр квадрата, если точка пересечения его диагоналей удалена от сторон квадрата на 5 см.

- а) 20 см; б) 40 см; в) 60 см; г) 80 см.

9. $ABCD$ и $COBK$ – квадраты. Найдите периметр $COBK$, если диагональ квадрата $ABCD$ равна

8 см.



- а) 20 см; б) 16 см; в) 32 см; г) 64 см.

10. В таблицу поставить знак +, если геометрическая фигура имеет указанное свойство:

Свойства	Фигуры			
	параллелограмм	прямоугольник	ромб	квадрат
Противоположные стороны попарно параллельны				
Противоположные стороны попарно равны				
Все стороны равны				
Все углы равны				
Диагонали точкой пересечения делятся пополам				
Диагонали равны				
Диагонали перпендикулярны				
Диагонали делят углы пополам				

Памятка как доказать равенство и параллельность двух отрезков.

1. Выделить на рисунке 4 – х угольник, противоположные стороны которого являются этими отрезками;
2. Доказать, что этот 4 – х угольник – параллелограмм;
3. Сделать вывод: отрезки равны (или параллельны) как противоположные стороны параллелограмма.

Задача. В 4 – угольнике ABCD, $AB = CD$, $BC = AD$. До – ть: $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$.

1. В 4 – угольнике ABCD противоположные стороны попарно равны (по условию) \Rightarrow ABCD – параллелограмм (по признаку).

2. Поскольку $ABCD$ – параллелограмм, то $AB \parallel CD$ (по определению параллелограмма).
3. Поскольку $ABCD$ – параллелограмм, $\angle B = \angle D$, $\angle A = \angle C$ по 1 свойству (т. 1.1)

Памятка как доказать, что параллелограмм – прямоугольник.

Чтобы установить, данный параллелограмм – прямоугольник, необходимо доказать, что у него: или все углы прямые (определение прямоугольника) или диагонали равны (признак).

Задача. Доказать, что если у параллелограмма углы, прилежащие к одной стороне равны, то он – прямоугольник.

1. $ABCD$ – параллелограмм, $\angle A = \angle D$ – по условию. Сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна 180° . Поэтому $\angle A + \angle D = 180 \Rightarrow \angle A = \angle D = 90^\circ$.
2. $\angle B = \angle D$, $\angle A = \angle C$ (т. 1.1) $\Rightarrow \angle B = \angle C = 90^\circ$.
3. Следовательно $ABCD$ – прямоугольник по определению.

Памятка как доказать, что 4 – х угольник – прямоугольник.

Чтобы доказать, что 4 – х угольник является – прямоугольником, покажите, что: или этот 4 – х угольник – параллелограмм, а параллелограмм – прямоугольник; или 3^и угла 4 – х угольника – прямые.

Задача. Доказать, что если в 4 – угольнике диагонали равны и в точке пересечения делятся пополам, то он является прямоугольником.

1. Поскольку в 4 – х угольнике диагонали в точке пересечения делятся пополам, то это параллелограмм (по признаку).
2. Поскольку в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник (по признаку).

Памятка как доказать, что параллелограмм – ромб.

Чтобы установить, что параллелограмм – ромб необходимо доказать, что в нём: или все стороны равны (определение ромба), или диагонали перпендикулярны (признак).

Задача. Доказать, что 4 – х угольник, у которого все стороны равны – ромб.

1. Противоположные стороны 4 – х угольника равны \Rightarrow он параллелограмм (по признаку).
2. В параллелограмме все стороны равны, значит это ромб (по определению).
3. $ABCD$ – ромб.



Тест «Четырёхугольники»

Четырёхугольник, у которого только две стороны параллельны

1. ромб
2. трапеция
3. квадрат
4. прямоугольник

Трапеция, у которой один из углов равен 90 градусов, называется

1. равнобедренной
2. остроугольной
3. тупоугольной
4. прямоугольной

Любой ромб является:

1. квадратом
2. прямоугольником
3. параллелограммом
4. трапецией

Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм:

1. ромб
2. квадрат
3. прямоугольник
4. нет правильного ответа

Любой прямоугольник является:

1. ромбом
2. квадратом
3. параллелограммом
4. нет правильного ответа

Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник:

1. ромб
2. квадрат
3. прямоугольник
4. нет правильного ответа

Диагонали четырёхугольника в точке пересечения делятся пополам. Одна из его сторон равна 4 см. Чему равна противоположная сторона?

1. 2 см
2. 8 см
3. 4 см
4. 6 см

Сумма двух углов параллелограмма равна 100 градусов, найдите углы параллелограмма.

1. 40, 140
2. 80, 100
3. 50, 130
4. 40, 60

Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна:

1. 180
2. 360
3. 540
4. 2160

Квадрат - это...

1. параллелограмм с равными сторонами
2. параллелограмм с равными углами
3. прямоугольник, у которого все стороны равны
4. нет правильного ответа

У этого четырёхугольника диагонали всегда равны?

1. трапеция
2. прямоугольник
3. ромб
4. параллелограмм

В равнобедренной трапеции один из углов равен 110 градусов. найдите все углы.

1. 55, 55, 125, 125
2. 180, 70, 180, 70
3. 70, 110, 70, 110
4. нет верного ответа

Какое из утверждений неверное?

1. У прямоугольника углы - прямые
2. у ромба все стороны равны
3. у квадрата диагонали взаимно перпендикулярны
4. у трапеции стороны попарно параллельны

Найдите периметр ромба, если один из его углов равен 60 градусов, а меньшая диагональ равна 12 см.

1. 48 см
2. 36 см
3. 24 см
4. 72 см

Какое утверждение неверно:

1. квадрат - одновременно параллелограмм и прямоугольник
2. угол между стороной и диагональю квадрата равен 45 град.
3. диагонали квадрата взаимно перпендикулярны

4. существует квадрат, который не является ромбом



