

Всероссийская олимпиада школьников по математике

8 класс, муниципальный этап, 2013/14 год

1. В записи $* + * + * + * + * + * + * + * + * = **$ замените звёздочки различными цифрами так, чтобы равенство было верным.

2. Про различные числа a и b известно, что $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$. Найдите $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

1—

3. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены высоты BM и BN , а из вершины D — высоты DP и DQ . Докажите, что точки M , N , P и Q являются вершинами прямоугольника.

4. На доске были записаны числа 3, 9 и 15. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых было 2013. Каковы были два остальных числа?

2019 и 6102

5. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и K соответственно так, что $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$. Найдите $\angle AKD$.

75

6. Саша начертил квадрат размером 6×6 клеток и поочерёдно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма. (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.)