Задания первого отборочного этапа

11 класс

Типовой вариант

Задача 1. (1 балл)

Графики квадратного трёхчлена и его производной пересекаются при $x = 1$ и $x = 0$. Найдите значение корня производной.

Ответ: -0,5

Задача 2. (2 балла)

Решите уравнение $12 - 12 \sin(x) - 5 \sin(2x) = 0$.

Известно, что $\cos(x)$ рационален. Найдите его.

Если правильных ответов несколько, укажите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 0; 0,8

Задача 3. (2 балла)

Дан прямоугольник $ABCD$, $BC=13$. На стороне AD взяты точки E и F такие, что $\cos(\angle ABE)=3/5$, $\sin(\angle FCD)=12/13$. Прямые BE и CF пересекаются в точке O . Найдите BO . Если правильных ответов несколько, укажите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой. Не округляйте.

Ответ: 325/56

Задача 4. (3 балла)

Решите неравенство: $(2x^2 - 2x + 1)e^{2x^2 - 18} < -2x + 19$.

Ответ запишите в виде промежутка. Если ответ состоит из нескольких промежутков, выбирайте самый правый. Для обозначения бесконечности используйте большую букву B .

Ответ: (-3, 3)

Задача 5. (3 балла)

Для дробно-линейной (непостоянной) функции $f(x)$ известно, что $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$ для всех x , для которых обе части равенства определены. Также известно, что $f(2) = 0$. Найдите $f(3)$.

Если правильных ответов несколько, укажите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой. Не округляйте.

Ответ: -0,2; 0,2

Задача 6. (3 балла)

Решите систему.

$$\begin{cases} x + y + z + \frac{10}{x} + \frac{10}{y} + \frac{10}{z} = -8 \\ xyz = 10 \\ xz\sqrt{2} = 4xz + x^2z + xz^2 + 10 \end{cases}$$

В ответе укажите все возможные значения $(x+y)(x+z)(y+z)$. Если правильных ответов несколько, укажите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 4

Задача 7. (3 балла)

При каком значении параметра a площадь области определения функции максимальна?

$$\arcsin(2(x^2 + y^2 - a)) + \sqrt{\operatorname{tg}\left(\frac{7}{a+5}\right) - \frac{y}{x}}$$

Ответ: 0,5

Задача 8. (4 балла)

В пространстве рассмотрели все векторы, каждая координата которых равна 1, 2 или 3 (всего 27 штук). Сколько различных значений принимают их скалярные произведения?

Ответ: 22

Задача 9. (4 балла)

В зале находятся 109 человек, каждый из них либо рыцарь, всегда говорящий правду, либо лжец, который всегда лжёт.

Первый человек сказал: «Количество лжецов в этом зале делится на 1».

Второй человек сказал: «Количество лжецов в этом зале делится на 2».

...

и так далее

...

Сто девятый человек сказал: «Количество лжецов в этом зале делится на 109».

Сколько на самом деле лжецов может быть в зале?

Если ответов несколько, перечислите все возможные ответы через запятую или точку с запятой.

Ответ: 0, 100, 107

Задача 10. (5 баллов)

Дан куб со стороной $2 + \sqrt{3}$. В него вписана сфера S . Найдите радиус сферы, касающейся трёх смежных граней куба и сферы S . Если возможных ответов несколько, выберите наименьший.

Ответ: 0,5