10 класс

Типовой вариант

Задача 1. (1 балл)

Альберт загадал натуральное число, сказав про него: «Если число 1 разделить на мое число и прибавить к этому 1/2, то результат будет таким же, как если к 1/3 прибавить 2, деленное на число, на единицу большее, чем мое загаданное число». Малыш Бобби, подумав немного, ответил: «Я не могу отгадать, так как существует несколько натуральных чисел, которые подходят под твое определение». Какие числа имеет в виду Бобби? Перечислите их через запятую или точку с запятой в любом порядке.

Ответ: 2, 3

Задача 2. (1 балл)

На кирпичном заводе каждый рабочий производит десять кирпичей в день, а ворует столько кирпичей в день, сколько рабочих работает на заводе. Какое наибольшее количество рабочих можно нанять, чтобы к концу дня на заводе было хотя бы на 13 кирпичей больше, чем в начале.

Ответ: 8

Задача 3. (2 балла)

Дана функция $f(x) = 3x^2+3x-1$. Найдите сумму $\frac{f(-0.02)}{f(-0.98)}+\frac{f(-0.04)}{f(-0.96)}+\ldots+\frac{f(-0.98)}{f(-0.02)}$

Ответ: 49

Задача 4. (3 балла)

Дан треугольник ABC. В него вписана окружность, которая касается сторон AB, AC, BC в точках C_1, B_1, A_1 соответственно. Найдите радиус вневписанной окружности w, которая касается стороны AB в точке D, продолжения стороны BC в точке E, продолжения стороны AC в точке G. Известно, что CE=6, радиус вписанной окружности равен 1, CB_1=1.

Ответ: 6

Задача 5. (3 балла)

$ABCD$ – вписанный четырёхугольник. Продолжение стороны AB за точку B и продолжение стороны CD за точку C пересекаются в точке P. Продолжение стороны AD за точку D и продолжение стороны BC за точку C пересекаются в точке Q. Оказалось, что углы BPC и CQD равны. Также известно, что CQ=20, DQ=12, BP=3. Найдите квадрат длины диагонали AC. Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 1040

Задача 6. (3 балла)

Для любых x и y выполняется равенство $f(x+2y) - f(x-2y) = 4xy$. Также известно, что $f(1)=2$. Найдите $f(9)$.

Ответ: 42

Задача 7. (4 балла)

Известно, что $f(x)$ – непрерывная монотонно возрастающая функция. Также известно $f(0) = 0$, а $f(1)=1$. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x/4)$, $4f(x)$ и прямой $x + y = 5$.

Ягупов.РФ

Ответ: 7,5

Задача 8. (4 балла)

В некоторой стране 100 городов. Некоторые пары городов соединены двусторонними авиарейсами, не более чем n в каждом городе. При этом билет можно купить только на маршрут, связывающий два различных города и состоящий из двух рейсов и пересадки в третьем городе (маршруты, отличающиеся направлением движения или городом пересадки, считаются разными). Оказалось, что всего продаются билеты на 1000 различных маршрутов. При каком наименьшем n это возможно?

Ответ: 4.

Задача 9. (4 балла)

Среди всех дробей вида $\frac{m}{n}$, где m и n — четырёхзначные числа с одинаковой суммой цифр, выбрали наибольшую. Найдите её. Ответ запишите в виде неправильной дроби (не округляйте и не сокращайте!).

Ответ: 9900/1089

Задача 10. (5 баллов)

Сумма геометрической прогрессии, состоящей из четырёх натуральных чисел, равна 1417. Найдите второе по величине из этих чисел.
Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 300

Ягубов.РФ