

Типовой вариант

Задача 1. (1 балл)

В комнате находится какое-то количество человек. Каждый из них имеет ровно троих знакомых. Известно, что среди любых трех человек существуют два незнакомых друг с другом человека. Какое минимальное количество людей может находиться в комнате?

Ответ: 6

Задача 2. (2 балла)

Число, написанное на доске, разрешается умножать на 8, прибавлять к нему 14 или вычитать из него 14. При этом старое число стирается, а новое записывается на место старого. Изначально на доске была написана какая-то цифра. После нескольких операций на доске оказалось число 777772. Какая цифра была написана изначально? Если ответов несколько, перечислите все возможные ответы через запятую или точку с запятой.

Ответ: 2; 9

Задача 3. (2 балла)

Дан прямоугольник $ABCD$. На стороне BC поставлена точка E так, что оказалось, что один из треугольников ABE , AED , CED является равнобедренным. Известно, что величина угла AED составляет 80 градусов. Найдите величину угла BEA . В ответе укажите все возможные значения в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 20; 45; 50; 55; 80

Задача 4. (3 балла)

Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$. $AB=2$, $BC=2$, $CD=5$, $DE=7$. Известно, что AC — наибольшая сторона в треугольнике ABC (то есть стороны AB и BC строго меньше AC), CE — наименьшая сторона в треугольнике ECD (то есть стороны DE и CD строго больше ED). Так же известно, что в треугольнике ACE все стороны целые и имеют различные длины. Найдите, чему может быть равна сторона AE .

Возможные ответы запишите в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 5

Задача 5. (3 балла)

Какое наибольшее количество ладей можно расставить на доске 8×8 так, чтобы каждая была не больше одной из оставшихся?

Ответ: 10

Задача 6. (3 балла)

На доске были написаны 900 единиц и 100 четверок. Каждую минуту Маша стирала какие-то два числа x и y и записывала вместо них число $\sqrt{x^2 + y^2}$. В конце концов на доске осталось записано одно число. Какое именно?

Если возможных ответов несколько, перечислите их в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 50

Задача 7. (3 балла)

Дан треугольник ABC , в котором углы равны 30, 70, 80 градусов (неизвестно, в каком порядке). AD — биссектриса угла A . К отрезку AD провели серединный перпендикуляр, который сторону AB пересекает в точке E , а сторону AC в точке G . Найдите градусную меру угла GDC . В ответе укажите все возможные значения в порядке возрастания через запятую или точку с запятой.

Ответ: 30; 70; 80

Задача 8. (3 балла)

Найдите все такие натуральные числа a , b , c , для которых выполняется равенство: $ac+2bc+a+2b=c^2+c+6$. Из всех возможных вариантов, если таких несколько, запишите в ответ тот, у которого сумма $a+b+c$ наименьшая.

Ответ: (2, 1, 1)

Задача 9. (4 балла)

На плоскости проведены все возможные прямые вида $y = ax + b$, где a и b — различные натуральные числа от 1 до 3. Сколько точек пересечения образуют эти прямые?

Ответ: 12

Задача 10. (4 балла)

Жучок стоит в точке $(0, 0)$ на координатной сетке. Сколько у него существует способов добраться до клетки $(7, 3)$, если жучок может двигаться только вправо и вверх и находится в точке с совпадающими координатами он не может.

Ответ: 48