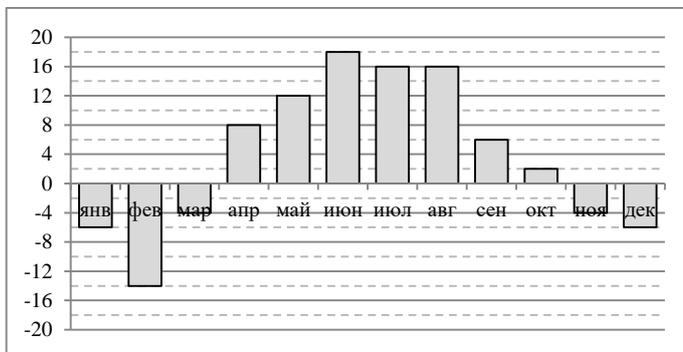


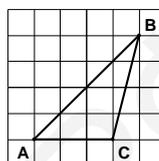
## Вариант 4

- 1 Теплоход рассчитан на 850 пассажиров и 45 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 35 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды.

- 2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха: на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов средняя температура в июле была выше средней температуры в феврале. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображен  $\triangle ABC$  (см. рис.). Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AC$ .

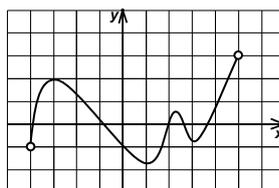


- 4 Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 120 докладов — первые три дня по 28 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. На конференции планируется доклад профессора О. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора О. окажется запланированным на последний день конференции?

- 5 Найдите корень уравнения  $7^{-37+5x} = 343$ .

- 6 Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 2. Противоположной ей угол  $C$  равен  $150^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

- 7 На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 6)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



- 8 Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 8, AD = 15, AA_1 = 1$ .

- 9 Найдите значение выражения  $-38\sqrt{2} \sin(-225^\circ)$ .

- 10 В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 108$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого обогревателя, если известно, что для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 60 Ом, а при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление задается

формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом). Ответ выразите в омах.

- 11 Автомобилист проехал расстояние между двумя городами за 3 дня. В первый день он проехал  $\frac{1}{4}$  всего пути и еще 40 км, во второй день он проехал  $\frac{1}{3}$  всего пути и еще 30 км, а в третий день он проехал  $\frac{17}{60}$  всего пути и оставшиеся 45 км. Найдите расстояние между городами (в км).
- 12 Найдите наибольшее значение функции на  $y = 6 \operatorname{tg} x - 8x + 2\sqrt{3} - 7 - \frac{4\pi}{3}$  отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .
- 13 а) Решите уравнение  $4\sqrt{3} \cos x - 4 \sin x = 2\sqrt{3} \cos^2 x - \sin 2x$ .  
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .
- 14 В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AB = BC$ ,  $AC = 16$ . На ребре  $BB_1$  выбрана точка  $F$  так, что  $BF : B_1F = 3 : 5$ . Угол между плоскостями  $AA_1C$  и  $AFC$  равен  $45^\circ$ .  
а) Докажите, что площади треугольников  $AFC$  и  $ABC$  относятся как  $\sqrt{2} : 1$ .  
б) Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $A_1C_1$ , если  $FC = 10$ .
- 15 Решите неравенство  $\log_{x+3}(3-x) \cdot \log_{6-x}(x+7) \geq 0$ .
- 16 В трапеции  $MNPQ$   $MQ \parallel NP$ , точка  $E$  есть точка пересечения диагоналей трапеции,  $A$  — точка пересечения сторон  $MN$  и  $PQ$ .  
а) Докажите, что  $MF = FQ$  и  $NK = KP$ , если точка  $F$  — точка пересечения  $AE$  с  $MQ$ , а  $K$  — точка пересечения  $AE$  с  $NP$ .  
б) Найдите площадь трапеции, если  $MQ : NP = 3 : 2$ ,  $MN = 5$  см,  $\angle NMQ = 60^\circ$ ,  $MQ = 12$  см.
- 17 Иван Петрович разместил в банке 640 тысяч рублей. Несколько лет ему начисляли то 5%, то 10% годовых и за последний год начислили 25% годовых. При этом проценты начислялись в конце каждого года и добавлялись к сумме вклада. В результате его вклад стал равным 1 173 942 рублям. Сколько лет пролежал вклад?
- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых данная система имеет единственное решение. 
$$\begin{cases} |x + 2y + 1| \leq 11, \\ (x - a)^2 + (y - 2a)^2 = 2 + a. \end{cases}$$
- 19 Красный карандаш стоит 18 рублей, синий — 14 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 499 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на шесть.  
а) Можно ли купить 30 карандашей?  
б) Можно ли купить 33 карандаша?  
в) Какое наибольшее число карандашей можно купить?