

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Желаем успеха!

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

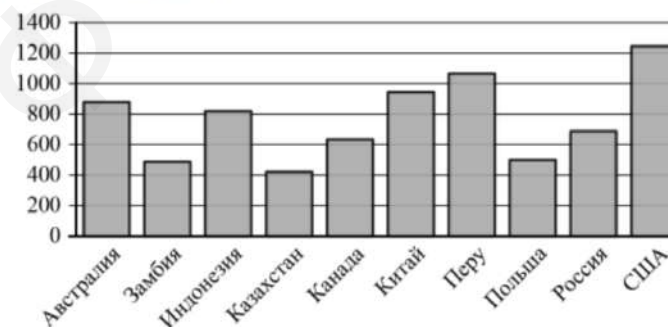
Часть 1

1

Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 8% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,4 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

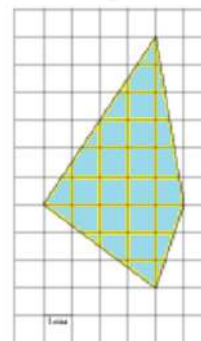
2

На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в 10 странах мира (в миллионах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выбросу углекислого газа в атмосферу занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



3

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4

На соревнованиях выступают спортсмены — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что спортсмен из Германии будет выступать после спортсмена из США и после спортсмена из Канады? Результат округлите до сотых.

5

Решите уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

6

Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности?

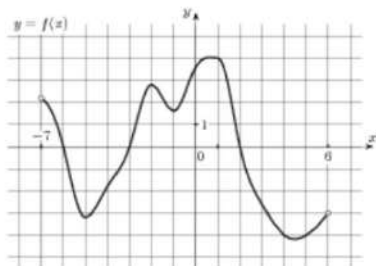
Ответ дайте в градусах.



7

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 6)$.

Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0



8

Объем куба равен 30. Найдите объем четырехугольной пирамиды, основанием которой является грань куба, а вершиной — центр куба.

9

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$.

10

Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_n = 15^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,5$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается до температуры $T(^\circ\text{C})$, причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_n - T_n}{T - T_n}$, где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,3$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 130 м.

11

Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 20 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 5 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 8 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 8 км. Ответ дайте в км/ч.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = 97 \cos x - 99x + 62$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Не забудьте внести свои ответы в таблицу

13

Часть 2

- а) Решите уравнение $(\sin 2x + \sin x)^2 + (\cos 2x + \cos x)^2 = 1$
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$$

14

В правильной шестиугольной пирамиде $SAB CDEF$ сторона AB основания $ABCDEF$ $\frac{8}{\sqrt{3}}$, а боковая грань образует с плоскостью основания угол 60° . Плоскость α проходит через прямую CF и перпендикулярна плоскости боковой грани DSE .

- а) Докажите, что плоскость α делит боковое ребро SD в отношении $3 : 1$, считая от точки S .
- б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка S , а основанием — сечение пирамиды $SAB CDEF$ плоскостью α .

15

Решите неравенство $\log_{|x+6|} 2 \cdot \log_2 (x^2 - x - 2) \geq 1$

16

Окружность, вписанная в трапецию $KLMN$, касается её боковых сторон KL и MN в точках E и F соответственно. При этом $KE = 6LE$ и $2NF = 3MF$.

- а) Докажите, что $KN = 3LM$.
- б) Найдите EF , если радиус окружности равен $\sqrt{105}$.

17

Владимир взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Владимиром. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.

18

При каких значения параметра a система

$$\begin{cases} y^2 + 2(x-2)y + (x^2 - 4)(2x - x^2) = 0 \\ y = a(x-4) \end{cases}$$

имеет три различных решения?

19

В результате опроса выяснилось, что примерно 58% опрошенных предпочитают искусственную ёлку натуральной (число 58 получено с помощью округления до целого числа). Из этого же опроса следовало, что примерно 42% респондентов никогда не отмечали Новый год не дома.

- а) Могло ли в опросе участвовать ровно 40 человек?
- б) Могло ли в опросе участвовать ровно 48 человек?
- в) Какое наименьшее количество человек могло участвовать в этом опросе?