

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 2

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "×" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1 Упростите выражение $5x^{2,3} \cdot 2x^{-0,3}$.

- 1) $7x^{-0,69}$ 2) $10x^{-0,69}$ 3) $7x^2$ 4) $10x^2$

A2 Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{135}}{3\sqrt[3]{5}}$.

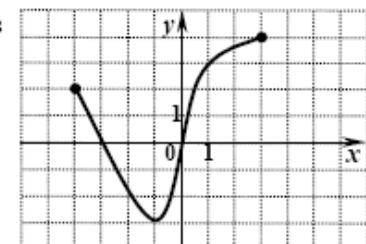
- 1) 1 2) 5 3) 3 4) 9

A3 Вычислите: $\log_6 180 - \log_6 5$.

- 1) 30 2) 2 3) 3 4) 6

A4 Функция задана графиком. На каком из указанных промежутков она убывает?

- 1) $[0; 3]$
2) $[-3; 0]$
3) $[-4; -1]$
4) $[-1; 3]$

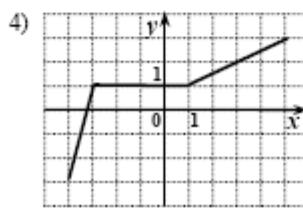
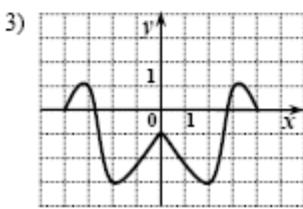
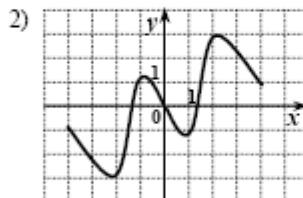
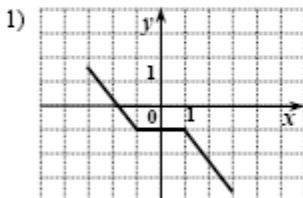


A5 Найдите производную функции $y = 5e^x + 24x^2$.

- 1) $y' = 5xe^{x-1} + 8x^3$
2) $y' = 5e^x + 48x$
3) $y' = 5e^x + 8x^3$
4) $y' = 5xe^{x-1} + 48x$

- A6** Найдите множество значений функции $y = 4 + \cos 4x$.
- [0; 4]
 - [4; 6]
 - [3; 5]
 - [0; 8]

- A7** Укажите рисунок, на котором изображен график функции, принимающей на промежутке $(-3; 1)$ только положительные значения.



A8 Решите неравенство $\frac{5x-15}{(x+6)(x-8)} > 0$.

- $(-\infty; 6) \cup (3; 8)$
- $(-\infty; -6) \cup (-6; 3)$
- $(-6; 3) \cup (8; +\infty)$
- $(3; 8) \cup (8; +\infty)$

A9 Решите уравнение $\sin x = 1$.

- $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

- A10** Найдите область определения функции $y = \sqrt{3^{10x-1} - 9}$.
- $[3\frac{1}{3}; +\infty)$
 - $[0,3; +\infty)$
 - $(0,3; +\infty)$
 - $(-\infty; 0,3]$

Ответом на задания B1 – B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятое в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- B1** Найдите значение выражения 10^{d+2} , если $10^d = 0,13$.

- B2** Решите уравнение $\log_5 x = \log_5 6 + \log_5 4$.

- B3** Найдите значение выражения $\sqrt{11} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{11}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

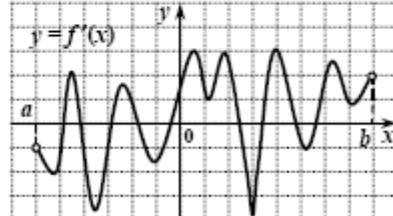
ЧАСТЬ 2

- B4** Решите уравнение $7^x - 6 \cdot (\sqrt{7})^x - 7 = 0$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

- B5** Вычислите значение выражения $e^{\ln 4} + 196^{\log_{14} \sqrt{10}}$.

- B6** Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a; b)$.



B7 Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{x^2 + x - 6}{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{3}} \leq 0.$$

B8 Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 4. На промежутке $[-4; 0)$ она задается формулой $f(x) = 2 - 2x - x^2$. Найдите значение выражения $3f(-14) - 2f(17)$.

***B9** Две машинистки, работая вместе, могут напечатать 30 страниц текста за 1 ч. Работая отдельно, первая машинистка печатает 140 страниц такого же текста на 5 ч дольше, чем вторая машинистка печатает 80 страниц. За сколько часов первая машинистка сможет напечатать 280 страниц?

***B10** Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $AB = 8\sqrt{3}$, $\angle BAD = 120^\circ$. Высота призмы равна 6. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ADC_1 .

***B11** Сторона ромба $ABCD$ равна $3\sqrt{5}$, а косинус угла A равен $\frac{2}{3}$. Высота BH пересекает диагональ AC в точке M . Найдите длину отрезка BM .

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1 Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = (2x - 6)^5 - 5(2x - 6)^4 \text{ при } |x - 3| \leq 1.$$

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых выражения

$$6x \log_2 \sqrt{3 - 2x} + 2x^2 \log_{\frac{1}{2}} (3 - 2x) \quad \text{и} \quad 2x^2 - 3x \quad \text{принимают равные значения.}$$

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{(4 \cos \sqrt{x-1} - 3) - a}{a - (3^x + 7\sqrt{2} \cdot 3^{-x} - 5)} \leq 0 \quad \text{не имеет решений.}$$

***C4** Дан конус с вершиной M , радиус основания которого равен $\sqrt{6}$. На окружности его основания выбраны точки A, B, C так, что углы BMA, AMC, CMB равны 60° каждый. Точка F выбрана на дуге BC окружности основания конуса, не содержащей точки A , так, что объем пирамиды $MABFC$ наибольший. Найдите расстояние от точки F до плоскости MAB .

C5 Для чисел a_1, a_2, \dots, a_{40} верны равенства $a_{n+1} = f(a_n)$, $n = 1, 2, \dots, 39$.

Найдите $a_8 - a_7$, если известно, что $a_{40} = 0$, а

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{14}{x-2}, & \text{если } x < 2 \\ 6 - \frac{49}{x} + \log_2 \left(4 - \frac{81}{x+19} \right), & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$