

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8. Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

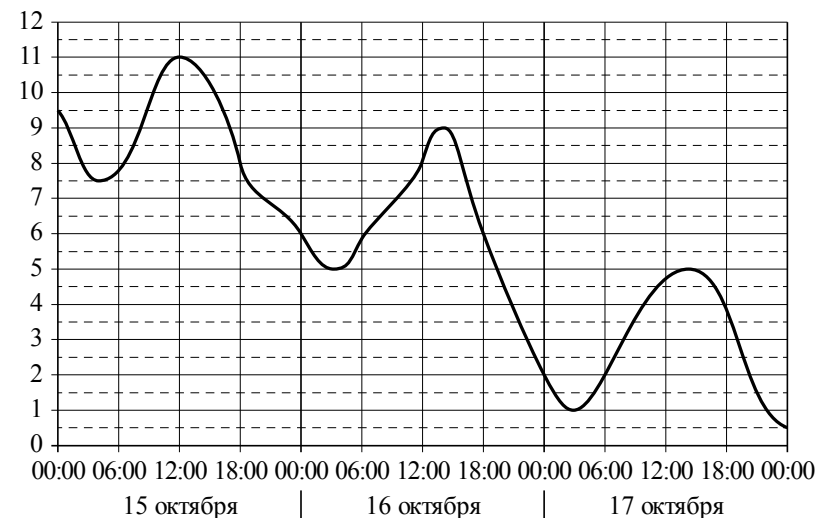
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 65 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

Ответ:

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 17 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его гипотенузы.



Ответ: _____.

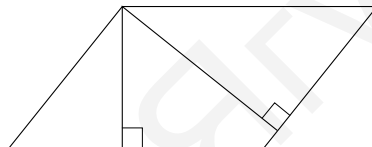
- 4 Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 12 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится во второй день конкурса?

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(x+1)^5 = 32$.

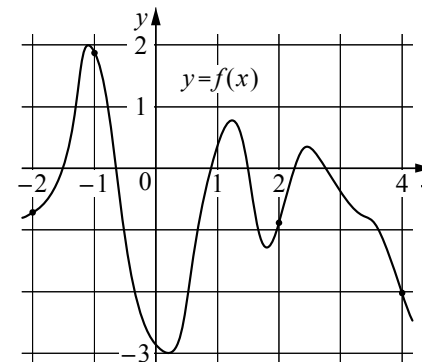
Ответ: _____.

- 6 Стороны параллелограмма равны 12 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.



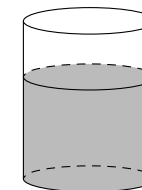
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2 , -1 , 2 , 4 . В какой из этих точек значение производной функции $f(x)$ наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

- 8 В цилиндрический сосуд налили 1000 см^3 воды. Уровень воды оказался равным 8 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень воды в сосуде поднялся на 3 см. Найдите объём детали. Ответ дайте в см^3 .



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\frac{7\sin 154^\circ}{\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ}$.

Ответ: _____.

10

Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1,2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа (в джоулях), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 9,15 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 16 470 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Ответ: _____.

11

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 775 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 61 час. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = (3x^2 + 21x - 21) \cdot e^x$$

на отрезке $[-5; 3]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4 \sin^2 \frac{x}{2}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14

На ребре AA_1 правильной четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка K , причём $AK : KA_1 = 1 : 2$. Через точки K и B проведена плоскость α , параллельная прямой AC и пересекающая ребро DD_1 в точке M .

а) Докажите, что $DM : MD_1 = 2 : 1$.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если $AB = 4$, $AA_1 = 6$.

15

Решите неравенство $\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$.

16

Высоты тупоугольного треугольника ABC с тупым углом ABC пересекаются в точке H . Угол AHC равен 60° .

а) Докажите, что угол ABC равен 120° .

б) Найдите BH , если $AB = 6$, $BC = 10$.

- 17 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 311 040 рублей?

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left((x+5)^2 + y^2 - a^2 \right) \cdot \ln(9 - x^2 - y^2) = 0, \\ \left((x+5)^2 + y^2 - a^2 \right) (x + y - a + 5) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

- 19 На доске написано n чисел $a_1, \dots, a_n$, каждое из которых не меньше 50, но не больше 150. Каждое из чисел a_i ($1 \leq i \leq n$) уменьшили на $r_i\%$ соответственно. При этом для каждого i ($1 \leq i \leq n$) либо $r_i = 2$, либо число a_i уменьшилось на 2.

а) Может ли среднее арифметическое чисел $r_1, \dots, r_n$ быть равным 5?

б) Может ли оказаться, что среднее арифметическое чисел $r_1, \dots, r_n$ больше 2, а сумма чисел $a_1, \dots, a_n$ уменьшилась более чем на $2n$?

в) Известно, что на доске написано 30 чисел и их сумма уменьшилась на 40. Найдите наибольшее значение среднего арифметического чисел $r_1, \dots, r_{30}$.