

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 243

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1–A10 и B1–B3) базового уровня по материалу курса математики. К каждому заданию A1–A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1–B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4–B11, C1, C2) по материалу курса математики. К заданиям B4–B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1–A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "x" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1 Упростите выражение $b^{-0,7} \cdot b^{2,8}$.

- 1) $b^{-1,96}$ 2) $b^{3,5}$ 3) b^{-4} 4) $b^{2,1}$

A2 Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{375}}{\sqrt[3]{3}}$.

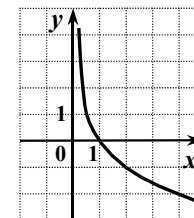
- 1) 5 2) 15 3) $\sqrt[3]{5}$ 4) $\sqrt{125}$

A3 Вычислите: $\log_3 0,6 + \log_3 5$.

- 1) 1 2) 2 3) –1 4) 0

A4 На рисунке изображен график одной из перечисленных ниже функций. Укажите эту функцию.

- 1) $y = \log_2 x$
 2) $y = (0,5)^x$
 3) $y = 2^x$
 4) $y = \log_{0,5} x$



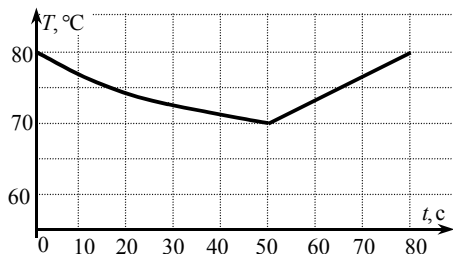
A5 Найдите производную функции $y = e^x - 0,9x^2$.

- 1) $y' = xe^{x-1} - 1,8x$
 2) $y' = e^x - 1,8x$
 3) $y' = xe^{x-1} - 0,3x^3$
 4) $y' = e^x - 0,81x$

A6 Найдите множество значений функции $y = \sin x + 6$.

- 1) $[5; 7]$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $[-1; 1]$ 4) $[6; 7]$

A7 Хозяйка установила на утюг режим «хлопок». В этом режиме спираль утюга нагревается до 80°C , и терморегулятор размыкает цепь. Когда утюг остывает до 70°C , цепь снова замыкается, и утюг нагревается опять до 80°C , и т.д. На рисунке представлен график зависимости температуры T утюга в промежутке времени t между двумя последовательными размыканиями цепи. Через сколько секунд после замыкания цепи температура утюга достигает заданной максимальной величины?



- 1) 30 2) 40 3) 50 4) 80

A8 Решите неравенство $\frac{5x-15}{x+24} < 0$.

- 1) $(-\infty; -24) \cup (3; +\infty)$
 2) $(-24; 3)$
 3) $(-3; 24)$
 4) $(-\infty; -3) \cup (24; +\infty)$

A9 Решите уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 2) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 4) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

A10 Решите неравенство $6^{7x} > 6^{6x+26}$.

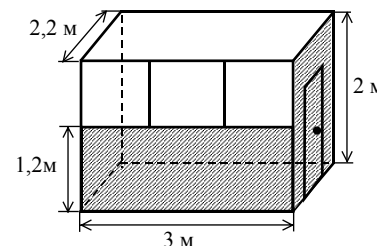
- 1) $(26; +\infty)$ 2) $(-\infty; 2)$ 3) $(2; +\infty)$ 4) $(-\infty; 26)$

Ответом на задания B1–B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Найдите значение выражения $5 \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$, если $\sin^2 \alpha = 0,2$.

B2 Решите уравнение $7 \cdot 12^{\log_{12} x} = 4,8 - 5x$.

B3 Для наружной окраски стен и двери газетного киоска с окнами только спереди (см. рисунок) необходимо приобрести краску, которая продается в банках по 1 кг. Сколько банок потребуется купить для выполнения этой работы, если средний расход краски равен $100 \text{ г на } 1 \text{ м}^2$?

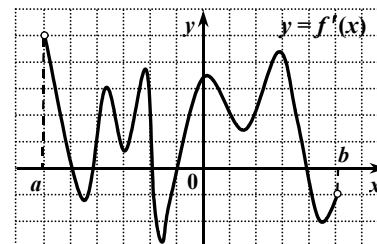


ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $36^x - 9 \cdot 4^x = 8 \cdot 9^x - 72$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму корней).

B5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите число точек минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a; b)$.



В6 Найдите значение выражения $\frac{1}{(\sqrt{10} - \sqrt[4]{99})(\sqrt{10} + \sqrt[4]{99})} - 3\sqrt{11}$.

В7 Функция $y = f(x)$ определена на множестве всех действительных чисел и является периодической с периодом 3. Найдите значение выражения $(f(-10) - 2f(8)) \cdot f(-2)$, если $f(-1) = 3$ и $f(1) = 0,5$.

В8 Найдите все значения x , при каждом из которых выполняется соотношение $\log_2(x^2 - 8x + 20) \leq 8x - x^2 - 14$.
(Если таких значений x более одного, то в бланке ответов запишите наименьшее значение.)

В9 Магазин выставил на продажу товар с наценкой 40% от закупочной цены (стоимости единицы товара). После продажи 0,75 всего товара магазин снизил назначенную цену на 80% и распродал оставшийся товар. Сколько процентов от закупочной стоимости товара составила прибыль магазина?

В10 Угол между образующими CA и CB конуса равен 60° , высота конуса равна 4, а радиус основания равен $\frac{4\sqrt{15}}{3}$. Найдите градусную меру угла между плоскостью ABC и плоскостью основания конуса.

В11 В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K и прямую BC в точке P . Найдите периметр треугольника ADK , если $AD = 12$, $CD = 32$, $PK = 30$.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – решение.

C1 Найдите абсциссы всех точек графика функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{x^2 - 16}{x - 4}$, касательные в которых параллельны прямой $y = 15x$ или совпадают с ней.

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых произведение значений выражений $2 + \sqrt[4]{4 + 7x - 2x^2}$ и $1 - \sin \frac{x}{2}$ положительно.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3–C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – обоснованное решение.

C3 Найдите все значения $a \neq 0$, при каждом из которых хотя бы одно значение функции $y = 5 + \frac{a^2}{1 + x^2}$ не принадлежит промежутку $(-3; 8a^{-2} - 2]$.

C4 Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 6$, $AD = 5$, $AA_1 = 15\sqrt{5}$. Точка M лежит на диагонали BC_1 , точка N лежит на диагонали BD , прямые AM и $A_1 N$ пересекаются. Определите тангенс угла между прямой MN и плоскостью ABC , если $BN : ND = 3 : 5$.

C5 Решите уравнение $x^6 - |9 + 8x|^3 = 27 \cos(x^2) - 27 \cos(9 + 8x)$.

