

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 248

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1–A10 и B1–B3) базового уровня по материалу курса математики. К каждому заданию A1–A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1–B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4–B11, C1, C2) по материалу курса математики. К заданиям B4–B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1–A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "х" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1 Упростите выражение $p^{-0,6} \cdot p^{3,6}$.

1) p^3 2) $p^{4,2}$ 3) p^{-6} 4) $p^{-2,16}$

A2 Вычислите: $\frac{\sqrt[6]{384}}{\sqrt[6]{6}}$.

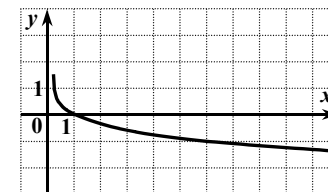
1) 8 2) 2 3) 64 4) $\sqrt[6]{378}$

A3 Вычислите: $\log_5 1,25 + \log_5 20$.

1) $\log_5 21,25$ 2) 2 3) 5 4) 25

A4 На рисунке изображен график одной из данных функций. Укажите эту функцию.

1) $y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$
 2) $y = \log_6 x$
 3) $y = 6^x$
 4) $y = \log_{\frac{1}{6}} x$



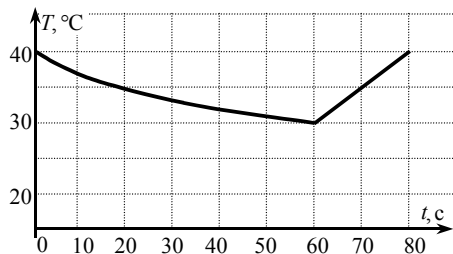
A5 Найдите производную функции $y = e^x - 0,9x^2$.

1) $y' = xe^{x-1} - 1,8x$
 2) $y' = e^x - 1,8x$
 3) $y' = xe^{x-1} - 0,3x^3$
 4) $y' = e^x - 0,81x$

A6 Найдите множество значений функции $y=3+\sin x$.

- 1) $[2; 4]$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $[3; 4]$ 4) $[-1; 1]$

A7 Хозяйка установила на утюге режим «шелк». В этом режиме спираль утюга нагревается до 40°C , и терморегулятор размыкает цепь. Когда утюг остывает до 30°C , цепь снова замыкается, и утюг нагревается опять до 40°C , и т.д. На рисунке представлен график зависимости температуры T утюга в промежутке времени t между двумя последовательными размыканиями цепи. Через сколько секунд после размыкания цепи температура утюга достигает заданной максимальной величины?



- 1) 20 2) 50 3) 60 4) 80

A8 Решите неравенство $\frac{3x-9}{x+28} < 0$.

- 1) $(-28; 3)$
2) $(-3; 28)$
3) $(-\infty; -28) \cup (3; +\infty)$
4) $(-\infty; -3) \cup (28; +\infty)$

A9 Решите уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
2) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
4) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

A10 Решите неравенство $5^{3x} < 5^{2x+15}$.

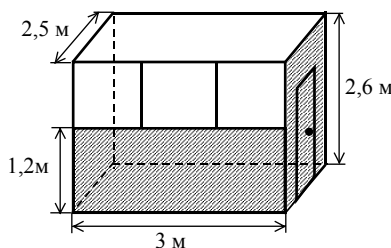
- 1) $(3; +\infty)$ 2) $(-\infty; 3)$ 3) $(15; +\infty)$ 4) $(-\infty; 15)$

Ответом на задания B1–B11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Найдите значение выражения $\cos^2 \alpha + 6 \cdot \sin^2 \alpha$, если $\sin^2 \alpha = 0,1$.

B2 Решите уравнение $7 \cdot 12^{\log_{12} x} = 4,8 - 5x$.

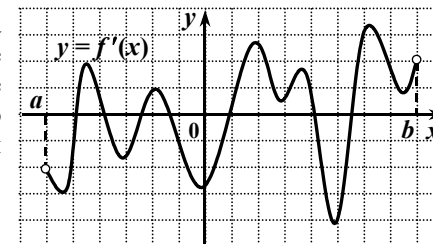
B3 Для наружной окраски стен и двери газетного киоска с окнами только спереди (см. рисунок) необходимо приобрести краску, которая продаётся в банках по 750 г. Сколько банок потребуется купить для выполнения этой работы, если средний расход краски равен 100 г на 1 м^2 ?



ЧАСТЬ 2

B4 Решите уравнение $162^x - 8 \cdot 81^x = 3 \cdot 2^x - 24$.
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму корней).

B5 Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек минимума функции $y=f(x)$ на промежутке $(a; b)$.



В6 Найдите значение выражения $\frac{3}{(\sqrt{7} - \sqrt[4]{46})(\sqrt{7} + \sqrt[4]{46})} - \sqrt{46}$.

В7 Функция $y = f(x)$ определена на множестве всех действительных чисел и является периодической с периодом 3. Найдите значение выражения $f(-5) - 2f(-7) \cdot f(-14)$, если $f(-1) = 1$ и $f(1) = -1,5$.

В8 Найдите все значения x , при каждом из которых выполняется соотношение $\log_2(7 + 10x - x^2) \geq x^2 - 10x + 30$.
(Если таких значений x более одного, то в бланке ответов запишите наименьшее значение.)

В9 Магазин выставил на продажу товар с наценкой 40% от закупочной цены (стоимости единицы товара). После продажи 0,75 всего товара магазин снизил назначенную цену на 40% и распродал оставшийся товар. Сколько процентов от закупочной стоимости товара составила прибыль магазина?

В10 Угол между образующими CA и CB конуса равен 120° , высота конуса равна 3, а радиус основания равен $\sqrt{39}$. Найдите градусную меру угла между плоскостью ABC и плоскостью основания конуса.

В11 В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла C пересекает сторону AD в точке M и прямую AB в точке K . Найдите периметр треугольника CDM , если $CM = 12$, $MK = 20$, $BC = 24$.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – решение.

C1 Найдите абсциссы всех точек графика функции $f(x) = \frac{36 - x^2}{6 + x} - \frac{1}{3}x^3$, касательные в которых параллельны прямой $y = -37x$ или совпадают с ней.

C2 Найдите все значения x , при каждом из которых произведение значений выражений $3 + \sqrt[4]{-2x^2 - 5x - 2}$ и $1 + \sin x$ положительно.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3–C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – обоснованное решение.

C3 Найдите все значения $a \neq 0$, при каждом из которых хотя бы одно значение функции $y = \frac{a^2}{1 + x^2} + 1$ не принадлежит промежутку $(-2; 15a^{-2} - 1]$.

C4 Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, $AB = 7$, $AD = 6$, $AA_1 = 6\sqrt{74}$. Точка M лежит на диагонали BC_1 , точка N лежит на диагонали BD , прямые AM и $A_1 N$ пересекаются. Определите тангенс угла между прямой MN и плоскостью ABC , если $BN : ND = 5 : 6$.

C5 Решите уравнение $x^6 - |12 + 8x|^3 = 23 \cos(x^2) - 23 \cos(12 + 8x)$.

