Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 Бланк 10 -0,8

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

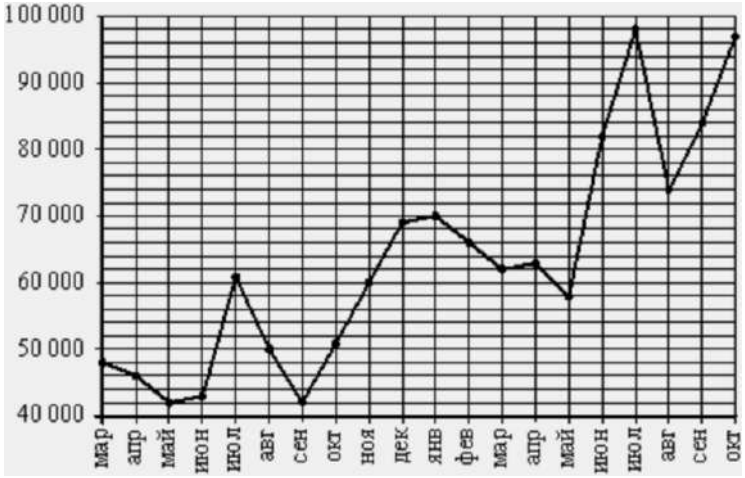
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Ответом к заданиям* 1–12 *является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Мобильный телефон стоил 7500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 4200 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

Ответ: _____.

2 На рисунке жирными точками показано количество запросов со словом ЖАРА, сделанных на поисковом сайте во все месяцы с марта 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество запросов. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшее месячное количество запросов со словом ЖАРА в период с июня по октябрь 2009 года.



Ответ: _____.

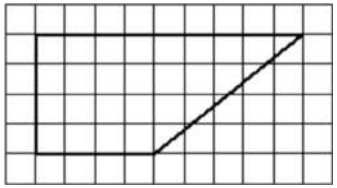
ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180211

© 2018 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

Разбор всех заданий: vk.com/math_100/2018kim23
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

Лубоов РФ

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

4 В сборнике билетов по истории всего 50 билетов, в 13 из них встречается вопрос про Александра Второго. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос про Александра Второго.

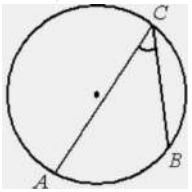
Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения

$36^{x-5} = \frac{1}{6}$.

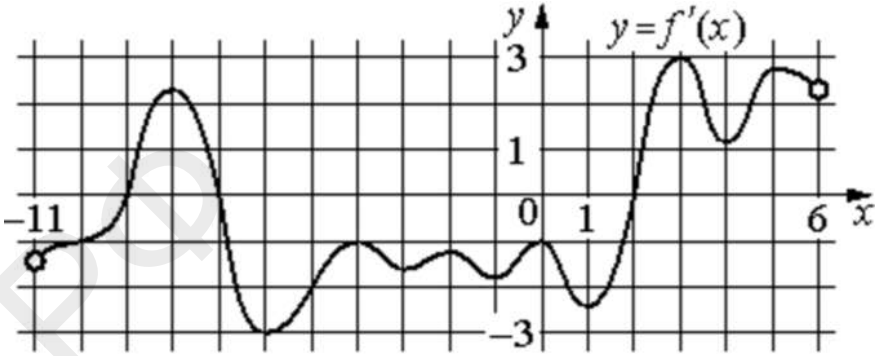
Ответ: _____.

6 На окружности отмечены точки A, B и C. Дуга окружности AC, не содержащая точку B, составляет 200°. Дуга окружности BC, не содержащая точку A, составляет 80°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



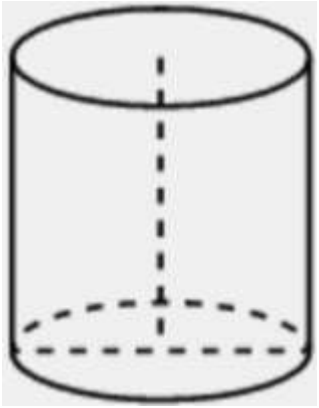
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график $y = f\,`(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 4]$.



Ответ: _____.

8 Площадь боковой поверхности цилиндра равна 20π, а высота равна 4. Найдите диаметр основания.



Ответ: _____.

Ягубов.рф

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180211

© 2018 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

Разбор всех заданий: vk.com/math_100/2018kim23
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

9 Найдите
$\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

10 Водолазный колокол, содержащий $v = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1{,}75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 13{,}3$ $\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15960 Дж.

Ответ: _____.

11 Заказ на 140 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 4 детали больше?

Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции
$y = (x+10)^2 x + 2$ на отрезке $[-11;-4]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания* 13–19 *используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение
$\log_5(\cos x - \sin 2x + 25) = 2$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку
$\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 4$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α, параллельная прямой BD_1.

а) Докажите, что $A_1P : PB_1 = 3:1$, где P – точка пересечения плоскости α с ребром A_1B_1.
б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани BB_1C_1C.

15 Решите неравенство
$$\frac{9^x - 3^x + 2}{9^x - 3^x} + \frac{5\cdot 3^x - 19}{3^x - 4} \le \frac{2\cdot 3^{x+1} - 2}{3^x}.$$

16 В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 – середины сторон BC, AC и AB соответственно, AH – высота, $\angle BAC = 120°$, $\angle BCA = 15°$.

а) Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и H лежат на одной окружности.
б) Найдите A_1H, если $BC = 4\sqrt{3}$.

Ягубов РФ

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 180211

© 2018 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora
Разбор всех заданий: vk.com/math_100/2018kim23
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{xy^2 - xy - 5y + 5}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 720, и

а) пять;
б) четыре;
в) три
из них образуют геометрическую прогрессию?

© 2018 Всероссийский проект «ЕГЭ 100 БАЛЛОВ» vk.com/ege100ballov
Составитель: vk.com/shkolapifagora

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»
Данный ким составлен командой всероссийского волонтёрского проекта «ЕГЭ 100 баллов» https://vk.com/ege100ballov и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?
Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_35994898
(также доступны другие варианты для скачивания)

Ягубов.рф

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	6 лет репетиторской деятельности
Регалии:	Основатель и руководитель проекта Школа Пифагора
Аккаунт ВК:	https://vk.com/eugene10
Сайт и доп. информация:	https://youtube.com/ШколаПифагора

Разбор всех заданий: vk.com/math_100/2018kim23
Разрешается свободное копирование в некоммерческих образовательных целях